



В варианте для 11 класса 48 вопросов.

На каждый вопрос можно ответить:

«да», «нет» или «не знаю».

Ответы «да» или «нет» вы отмечаете крестиком в соответствующем квадрате в таблице ответов.

В случае «не знаю» вы оставляете оба квадрата для этого вопроса пустыми.

Внимание: за верный ответ будут начисляться 3 балла, за неверный – сниматься 2 балла. Поэтому не следует угадывать ответы. Отмечайте «да» или «нет» только тогда, когда вы уверены в ответе.

На решение задач отводится 90 минут.

Образец таблицы ответов

Часть таблицы ответов, если ответы на вопросы:

1 - «да»

2 - «не знаю»

3 - «нет»

Ответы

| | 1 | 2 | 3 |
|-----|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| ДА | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| НЕТ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

Нельзя отмечать два квадратика в одной колонке!

I. Верно ли утверждение?

1. $(2,5 - 1\frac{1}{4}) : \frac{\frac{4}{7} - 0,125}{17,5}$ - целое число

2. $(0,75)^{-1} \cdot \left(\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(2\frac{3}{7}\right)^0 \right) = 8$

3. $(\log_6 3 + \log_6 12)^{\log_3 2} = 3$

4. $\frac{\sin 70^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 115^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

II. Верно ли утверждение?

5. $\frac{2 \sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} = 2 \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$

6. Если $a - b = x$, то $a^3 - b^3 = x^3 + 3abx$

7. Если $\log_2 3 = a$, то $\log_{12} 18 = \frac{2 + a}{1 + 2a}$

8. $\left(a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{b^{-2}} + \frac{a^{-1}}{\sqrt[6]{b}} \right) \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

III. Верно ли утверждение?

9. Уравнение $(x^3 - 1)(x - 2) = 2(1 - x^2)$ имеет ровно два различных действительных корня.
10. Сумма различных корней уравнения $\frac{x^3 + 9x^2 - 36x}{x^2 - 2x - 3} = 0$ равна (-9) .
11. Уравнение $x^4 - 5x^2 + a = 0$ при всех $a < 6$ имеет 4 различных действительных корня.
12. Произведение различных корней уравнения $\sqrt{x^2 + 2x + 8} + 2x = 12 - x^2$ равно 136.
-

IV. Верно ли сделан вывод?

13. Человек, плывший на плоту, прыгнул с него и плыл по течению реки один час, потом он развернулся и поплыл обратно к плоту. После разворота ему хватило 1 часа, чтобы достичь плота.
14. Первый рабочий может выполнить всю работу на 2 часа быстрее второго. Первый рабочий сделал 30% всей работы, а потом второй – оставшуюся часть, и на выполнение всей работы ушло 12 часов. Тогда первый рабочий за 1 час выполнил меньше 10% всей работы.
15. Температура T остывающего чайника с кипятком в момент времени t (мин) описывается формулой Ньютона: $T = \frac{T_0 - T_c}{a^{kt}} + T_c$, где T_0 – начальная температура, равная 100° , T_c – температура среды, a, k – коэффициенты. Если $a = 2, k = 0,2, T_c = 20^\circ$, то вода в чайнике с кипятком остынет до температуры 40° менее чем за 10 минут.
16. Фирма обязалась построить 2000 дачных домиков. Из-за трудностей с материалами первые 10 дней она строила на 2 домика в день меньше нормы, следующие 15 дней – на 8 в день больше нормы, а остальные дни – строго по норме, и за 5 дней до срока обязательства были выполнены. Тогда фирме хватило трёх месяцев, чтобы выполнить заказ.
-

V. Верно ли утверждение?

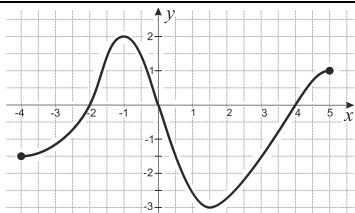
17. Если в треугольнике стороны равны 5, 12 и 13, то радиус вписанной в него окружности меньше радиуса описанной на 4.
- Известно, что в трапецию с основаниями 3 и 9 можно вписать окружность и около неё можно описать окружность.
18. Площадь этой трапеции $18\sqrt{3}$.
19. Острый угол этой трапеции равен 60° .
20. Отношение квадратов радиусов вписанной и описанной окружностей равно $\frac{9}{28}$.

VI. Верно ли утверждение?

21. Сумма первых восьми членов последовательности $b_n = \frac{8}{2^n}$ больше 8.
22. Наибольшее значение произведения четвёртого и десятого члена арифметической прогрессии, в которой восьмой член равен 4, равно 18.
23. В алфавите некоторого языка 5 букв. Слово – это любая последовательность букв. Тогда в этом языке 65 трёхбуквенных слов, в которых встречаются хотя бы две одинаковые буквы.
24. Игральную кость бросили два раза, тогда вероятность, что сумма выпавших очков равна 11 или 12, меньше 0,07.

VII. Верно ли утверждение?

25. Все решения неравенства $x^2 > 16$ содержатся в множестве решений неравенства $1 > \frac{4}{x}$.
26. Неравенство $\sqrt{x^2 + 5x + 6} > -1$ верно для любого x .
27. Множество решений неравенства $|x - 2| + 2|x + 1| \leq 9$ содержит 7 целых чисел.
28. Из чисел: 9, 10, 11, 12 только два входят в множество решений неравенства $1 - 4 \cos^2 x < 0$.

VIII.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ на отрезке $[-4; 5]$.

Верно ли следующее:

29. $f'(3) > f'(-3)$

30. Функция отрицательна и возрастает только при 4-х целых значениях x .
31. При всех $k \in (-\infty; -0,2)$ уравнение $f(x) = kx + 2$ имеет одно решение.
32. Область значений функции $y = f(|x|)$ промежуток $[-3; 2]$.

IX. Верно ли утверждение?

33. Уравнение $\sqrt{\frac{1}{2} - \cos x} \cdot (2\sin^2 x - 1) = 0$ имеет шесть корней на промежутке $[-\pi; \pi]$.
34. На отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{7\pi}{2}\right]$ функция $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ имеет два промежутка возрастания.

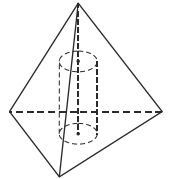
35. Сумма корней уравнения $\sqrt{3} \sin x + \cos x = -2$ при $x \in [-\pi; 4\pi]$ равна 4π .
36. Множество значений функции $y = 2 \sin^2 x - 2 \sin x + 5$ – отрезок $[5; 9]$.

X. Верно ли утверждение?

37. $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}}(\lg e) \right) > 0$
38. Наименьшее значение функции $y = 5^{x^2+2x}$ на отрезке $[-2; 1]$ равно 1.
39. Сумма корней уравнения $3 \cdot 2^{4x} + 2 \cdot 3^{4x} = 5 \cdot 36^x$ равна $\frac{1}{2}$.
40. Все числа $x \in \left(\frac{2}{5}; \frac{3}{4} \right)$ являются решениями неравенства $\log_x(3x - 1) > 1$.

XI. Дан правильный тетраэдр с ребром $2\sqrt{3}$. Верно ли, что:

41. Длина отрезка, соединяющего середины двух рёбер, лежащих на скрещивающихся прямых, равна 2.
42. Площадь сечения, проходящего через высоту тетраэдра и одну из вершин основания, равна $3\sqrt{2}$.
43. В тетраэдре вырезают отверстие цилиндрической формы радиусом $\frac{1}{2}$ вдоль высоты, как показано на рисунке.
При глубине отверстия $\frac{3}{2}$ тетраэдр не распадётся.
44. У тетраэдра срезали верхнюю часть плоскостью, параллельной основанию, на расстоянии $\sqrt{3}$ от вершины, тогда объём срезанной части равен $\frac{9}{8}$.



XII. Верно ли утверждение?

45. Свежие яблоки содержат 60% воды, а мочёные 80%. Тогда из 24 кг свежих яблок получается не более 32 кг мочёных.
46. Затраты предприятия в один год уменьшились на 16%, а в следующий – ещё на 5%, тогда за эти два года затраты уменьшились на 20,2%.
47. При всех $a \in (0; 1]$ уравнение $\sin^2 x + 2a \cdot \cos x - 2a = 0$ на промежутке $[0; 2\pi]$ имеет 3 корня.
48. Область определения функции $y = \log_{10+a} \left(\log_2 \frac{a-8x}{3x+a} \right)$ содержит отрезок положительных чисел длиной не менее 2 при $a \in (-10; -9) \cup (-9; -6]$.