



«КЕНГУРУ» – ВЫПУСКНИКАМ



ТЕСТ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ ОБРАЗОВАНИЯ

2004

- 43) График функции $y = 2^x - 2^{-x}$ симметричен относительно начала координат.
- 44) График функции $y = 2^x$ симметричен относительно прямой $x + y = 1$.
- 45) Можно найти такое значение k , чтобы графики функций $y = 2^{kx}$ и $y = \lg x$ были симметричны друг другу относительно прямой $y = x$.
- X. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник, длина гипотенузы которого равна 2. Справедливы ли следующие утверждения?
- 46) Длина медианы, проведенной из вершины прямого угла, равна 1.
- 47) Проекции катетов на гипотенузу равны.
- 48) Радиус окружности, вписанной в этот треугольник, больше 0,5.
- 49) Площадь этого треугольника больше трети площади описанного вокруг него круга.
- 50) Объемы тел, получаемых вращением этого треугольника вокруг гипотенузы и вокруг одного из катетов, равны.
- XI. Существует ли треугольник ABC , удовлетворяющий следующим условиям?
- 51) $BC = 3$ см, $AC = 5$ см, $AB = 1$ см.
- 52) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 41^\circ$, $\angle C = 80^\circ$.
- 53) $BC = 1$ м, $AC = 2$ м, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 50^\circ$.
- 54) $AB = 1$ см, $AC = 2$ см, $BC = \sqrt{3}$ см, $\angle A = 60^\circ$.
- 55) Периметр треугольника ABC равен 1 см, а радиус описанной окружности равен 1 м.
- XII. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 1 точка M – середина ребра AA_1 , N – середина CC_1 и P – середина $C_1 B_1$. Верны ли следующие утверждения?
- 56) Расстояние между точками M и N равно $\sqrt{2}$.
- 57) Найдутся две точки куба, расстояние между которыми равно 2.
- 58) Сечение, проходящее через точки M , N и P , – четырехугольник.
- 59) Площадь сечения, проходящего через точки D , M и N , равна $\sqrt{\frac{3}{2}}$.
- 60) Высота пирамиды $D_1 DCA$, опущенная из вершины D , равна $\frac{1}{3}$ диагонали куба DB_1 .

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

Вам предлагаются 12 задач, каждая из которых состоит из 5 родственных друг другу вопросов (всего надо ответить на 60 вопросов). Любой из этих вопросов допускает лишь два возможных ответа: «Да» или «Нет». Кроме того, Вы можете дать ответ «Не знаю». Ответы «Да» или «Нет» Вы указываете, закрашивая соответствующий овал в таблице ответов. При ответе «Не знаю» Вы оставляете оба овала для этого вопроса незакрашенными.

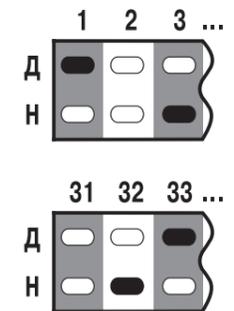
Внимание: за верный ответ «Да» или «Нет» будут начисляться

3 балла, за неверный ответ «Да» или «Нет» будет сниматься 1 балл, а ответ «Не знаю» оценивается в 0 баллов. Поэтому не следует «угадывать» ответы: отвечайте «Да» или «Нет» только тогда, когда Вы уверены в ответе.

ОБРАЗЕЦ ТАБЛИЦЫ ОТВЕТОВ

Так будет выглядеть часть таблицы ответов, если выбраны следующие ответы на вопросы:

1 – «да»,
2 – «не знаю»,
3 – «нет», ...
... 31 – «не знаю»,
32 – «нет»,
33 – «да», ...



Нельзя закрашивать два овала в одной колонке!

I. Справедливо ли тождество?

$$1) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} \right) \cdot \frac{xy^2}{x+y} = 1 + \frac{x}{y}$$

$$2) \frac{1}{(x-y)(y-z)} - \frac{1}{(y-z)(x-z)} - \frac{1}{(x-z)(x-y)} = 0$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

$$4) \left(\frac{3^x + 3^{-x}}{2} \right)^2 - \left(\frac{2^x + 2^{-x}}{2} \right)^2 = \left(\frac{3^x - 3^{-x}}{2} \right)^2 - \left(\frac{2^x - 2^{-x}}{2} \right)^2$$

$$5) 4^{\log_2 x} + 8^{\log_2 x} = (x+1) \cdot x^2$$

II. Верно ли числовое неравенство?

6) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{7}{12}$

7) $\sin \frac{2\pi}{5} < \cos \frac{2\pi}{5}$

8) $\lg 13 < \sin 13$

9) $\sqrt{7} < 2^{\sqrt{3}}$

10) $\sin^2 \frac{\pi}{8} < \sqrt{5} - 2$

III. Верны ли следующие утверждения?

11) Положительное число, меньшее единицы, всегда больше своего квадрата.

12) Если $0 < a < b$, то $\lg^2 a < \lg^2 b$.

13) Если положительные числа a_1, \dots, a_n образуют геометрическую прогрессию, то их логарифмы образуют арифметическую прогрессию.

14) Если на каждый вопрос теста можно ответить одним из трех способов – «Да», «Нет» или «Не знаю», то на пять вопросов теста может быть не более 200 разных комбинаций ответов.

15) Если $a > 0$, $b > 0$ и неравенство $a^x > b^x$ верно при каком-то отрицательном значении x , то оно верно и при любых отрицательных x .

IV. Верно ли, что уравнение имеет единственное решение?

16) $x^4 - 7x^2 - 1 = 0$

17) $\sin^3 x = \cos x - 1$

18) $3^x + 4^x = 5^x$

19) $\lg^2 x = 2\lg x + 5$

20) $x - \cos x = 1$

V. Справедливо ли неравенство при всех $x < -1$?

21) $(x+1)^2(2x+1) < 0$

22) $\sqrt{x^2 - x - 1} > 1$

23) $\lg x^2 > 0,01$

24) $\cos \frac{1}{x} > \frac{1}{2}$

25) $x + \sqrt{2-x} > 0$

VI. Верно ли, что для любого числа x можно найти такое число y , что выполнено следующее неравенство?

26) $\sin y > x$

27) $y^2 < x - 10$

28) $\log_2 y < x - 10$

29) $(x-y)^3 > 1000$

30) $\cos(x \cdot y) < \frac{1}{2}$

VII. Верно ли утверждение о линейной функции вида $y = kx + 1$?

31) Есть такое значение коэффициента k , при котором график этой функции проходит через точку с координатами $(1, 2)$.

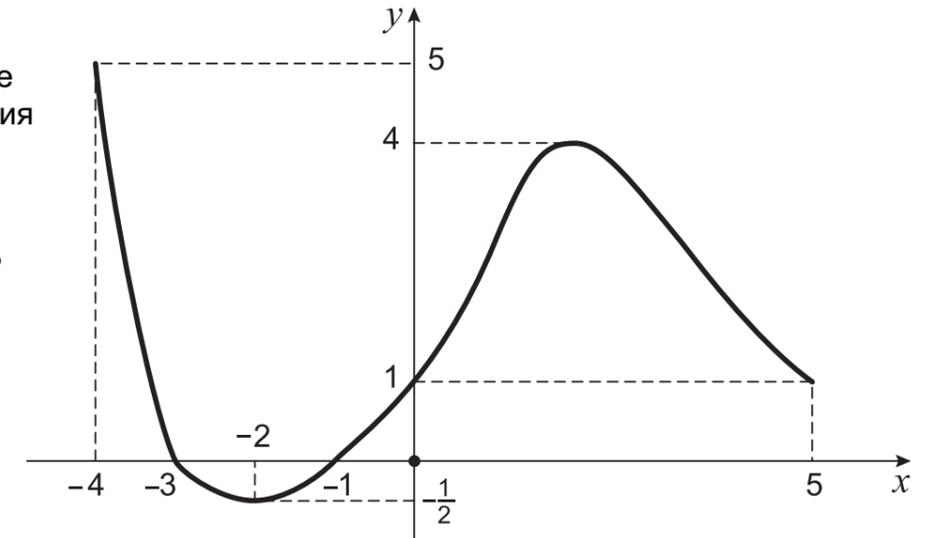
32) Есть такое значение коэффициента k , при котором график этой функции проходит через точки с координатами $(2, 3)$ и $(-2, 3)$.

33) Корень этой функции положителен только при отрицательных значениях k .

34) Если $k > 1$, то корень этой функции больше, чем -1 .

35) Прямая, являющаяся графиком этой функции при $k = 2$, перпендикулярна прямой $x + 2y = 100$.

VIII. Верны ли следующие утверждения о функции $y = f(x)$, заданной графиком?



36) При всяком значении a , принадлежащем области значений функции, уравнение $f(x) = a$ имеет не менее двух корней.

37) Найдется такое значение a , при котором множеством решений неравенства $f(x) \leq a$ является промежуток длины 1,5.

38) Найдется такое положительное значение a , при котором уравнение $f(x) = a$ имеет ровно два корня.

39) $f'(-1) = 0$.

40) Неравенство $f(f(x)) > 0$ верно при всех x из области определения функции $y = f(x)$.

IX. Верны ли следующие утверждения?

41) Вершина параболы $y = -x^2 - x - 1$ лежит во второй четверти.

42) Графики функций $y = \sqrt{x-2}$ и $y = \sqrt{2-x}$ симметричны друг другу относительно оси ординат.