



«КЕНГУРУ» — ВЫПУСКНИКАМ 9 класса



ТЕСТ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ ОБРАЗОВАНИЯ

2006

X. В параллелограмме $ABCD$ с острым углом A точка K — середина стороны BC , а точка M — середина стороны AD . Оказалось, что $BKDM$ — ромб с меньшей диагональю 4 см и острым углом $\angle MBK$, равным 60° . Верны ли следующие утверждения?

37) Площадь ромба вдвое меньше площади параллелограмма.

38) Точка K одинаково удалена от точек B, C, D и M .

39) Угол $\angle CMD$ равен 45° .

40) Длина диагонали AC равна $4\sqrt{7}$ см.

XI. Верны ли следующие утверждения?

41) Если числа x и y — решение системы $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 5y = 4 \end{cases}$, то

$$x - y \leq 5.$$

42) Уравнения $x^2 - 2x - 3 = 0$ и $x^2 + 5x + 4 = 0$ имеют общий корень.

43) Многочлен $x^3 - 2x^2 - 3x$ можно разложить на линейные множители, один из которых равен $x - 3$.

44) Уравнение $\sqrt{x+5} = x+1$ имеет два корня.

XII. Последовательность a_1, a_2, a_3, \dots — арифметическая прогрессия, причем $a_1 = 3$ и $a_3 = 15$. Верны ли утверждения?

45) Разность прогрессии равна 12.

46) $a_{10} = 57$.

47) Сумма первых десяти членов прогрессии равна 300.

48) В этой прогрессии существуют два члена, наибольший общий делитель которых равен 5.

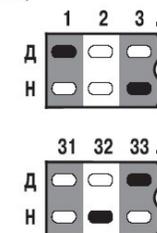
Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

Вам предлагается 12 задач, каждая из которых состоит из 4 родственных друг другу вопросов (всего надо ответить на 48 вопросов). Любой из этих вопросов допускает лишь два возможных ответа: «Да» или «Нет». Кроме того, Вы можете дать ответ «Не знаю». Ответы «Да» или «Нет» Вы указываете, закрашивая соответствующий овал в таблице ответов. При ответе «Не знаю» Вы оставляете оба овала для этого вопроса незакрашенными.

ОБРАЗЕЦ ТАБЛИЦЫ ОТВЕТОВ

Так будет выглядеть часть таблицы ответов, если выбраны следующие ответы на вопросы:

1 — «да»,
2 — «не знаю»,
3 — «нет», ...
... 31 — «не знаю»,
32 — «нет»,
33 — «да», ...



Нельзя закрашивать два овала в одной колонке!

Внимание: за верный ответ «Да» или «Нет» будет начисляться 3 балла, за неверный ответ «Да» или «Нет» будет сниматься 2 балла, а ответ «Не знаю» оценивается в 0 баллов. Поэтому не следует «угадывать» ответы: отвечайте «Да» или «Нет» только тогда, когда Вы уверены в ответе.

I. Верно ли, что $A = 1$?

$$1) A = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

$$3) A = \frac{|\sqrt{5} + 2| + |\sqrt{5} - 3|}{5}$$

$$2) A = 16 \cdot 9^4 \cdot 6^{-8}$$

$$4) A = \frac{\frac{1}{4}\sqrt{48} + \frac{2}{3}\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}$$

II. Верно ли утверждение?

5) Число 12 345 678 делится на 9.

6) Число 161 — простое.

7) Число $2,7 \cdot 10^{13}$ является кубом некоторого натурального числа.

8) Если положительное число увеличить на 200%, то оно станет больше в 2 раза.

III. Справедливо ли тождество?

9) $(2a^2 + 3)^2 = 4a^4 + 6a^2 + 9$

10) $\frac{\sqrt[3]{x^4 y \sqrt{xy}}}{x \sqrt{yx}} = 1$, если $x > 0, y > 0$

11) $(2x - y)(2x + y) + 3(4x + 3) = (2x - y + 3)(2x + y + 3)$

12) $\left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{x+y}{y} - \frac{y-x}{x} - 2\right) = \frac{1}{x}$

IV. Справедливы ли следующие утверждения?

13) Биссектрисы смежных углов перпендикулярны.

14) Сумма внутренних углов любого выпуклого пятиугольника равна 540° .

15) Середины сторон любого выпуклого четырехугольника являются вершинами прямоугольника.

16) Если одна из сторон треугольника равна радиусу описанной окружности, то противоположный ей угол равен 30° .

V. Линейная функция задана равенством $y = kx + 3$. Справедливы ли следующие утверждения?

17) Если график этой функции проходит через точку $A(-2, 1)$, то $k = -1$.

18) Если $k = 4$, то график функции пересекается с прямой $y = 4x + 8$.

19) Если график содержит точки из третьей четверти, то обязательно $k > 0$.

20) Существует ровно два значения k , при которых графики функций $y = kx + 3$ и $y = \frac{1}{x}$ имеют единственную общую точку.

VI. Парабола задана уравнением $y = x^2 + bx + 1$. Справедливы ли следующие утверждения?

21) Если уравнение $y = 0$ имеет два корня, то $b^2 > 4$.

22) Если один из корней уравнения $y = 0$ равен 2, то $b = -2,5$.

23) Если $b < -2$, то вершина параболы лежит в четвертой четверти.

24) Если $b > 0$, то функция $y = x^2 + bx + 1$ возрастает при $x > -1$.

VII. Стадо состояло из 40 белых и x черных баранов. Потом к нему добавили еще 200 черных баранов. Верны ли следующие утверждения?

25) Процент белых баранов в стаде сначала был равен $\frac{40}{x} \cdot 100\%$

26) После увеличения стада процент белых баранов стал равен $\frac{40}{x + 240} \cdot 100\%$.

27) Если увеличенное стадо в 5 раз больше первоначального, то $x + 200 = 5(x + 40)$.

28) Если бы к первоначальному стаду добавили $2x + 80$ черных баранов, то доля белых баранов в нем уменьшилась бы в 3 раза.

VIII. Верны ли следующие утверждения?

29) Точка $X(2, 3)$ одинаково удалена от точек $A(7, 6)$ и $B(8, 3)$.

30) Множество точек на плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям $y \geq 2$ и $y = x + 2$, является лучом.

31) Количество различных четырехзначных чисел, которые начинаются с нечетной цифры и делятся на 5, больше 1000.

32) Для того, чтобы сумма двух чисел делилась на 3, необходимо, чтобы каждое из этих чисел делилось на 3.

IX. Справедливы ли следующие утверждения?

33) $(1,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (8 \cdot 10^{-1}) > 0,01$.

34) Область определения функции $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{x^2+5x-6}$ – это луч $(1, +\infty)$.

35) Множество всех решений неравенства $\frac{1}{x+1} < 1$ совпадает с множеством всех положительных чисел.

36) Среднее арифметическое трех положительных чисел не может быть в 10 раз меньше наибольшего из них.