

X. Верно ли утверждение?

46) Система $\begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = x^2 - 3 \end{cases}$ имеет три решения.

47) Окружности $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ и $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ пересекаются.

48) Площадь области, ограниченной параболой $y = x^2 - 2x$ и $y = 3 - x^2$, меньше, чем 3.

49) Если $|b| > 2$, то вершина параболы $y = x^2 + bx + 1$ лежит ниже оси Ox .

* 50) Найдется такое число a , что при любом b справедливо неравенство $b^2 + 8ab + 4a > 0$.

XI. Верно ли утверждение?

51) Область определения функции $f(x) = \frac{1}{2 - \sin x} + \lg(1 + x^2)$ — множество всех действительных чисел.

52) Если $f(x) = x^2 \sin x$, то $f'(x) = 2x \cos x$.

53) Если при всех x выполняется неравенство $f(x) \cdot g(x) < 0$, то графики $y = f(x)$ и $y = g(x)$ не пересекаются.

54) Множеством значений функции $y = \sin^2 x + \sin x + 5$ является отрезок $[5; 7]$.

55) Любые три точки, лежащие на графике строго возрастающей функции, но не лежащие на одной прямой, образуют тупоугольный треугольник.

XII. В прямоугольном параллелепипеде с основанием $ABCD$ расположена пирамида $A_1KPLMNR$. Известно, что $AA_1 = 1$, $AB = 3$, $AD = 2$, а точки K, P, L, M, N, R делят ребра основания параллелепипеда на отрезки длины 1. Верно ли утверждение?

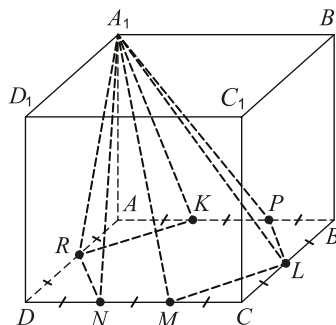
56) Прямые A_1N и CC_1 параллельны.

57) $A_1K \perp KN$

58) Наибольшее ребро пирамиды равно 3.

59) $\overrightarrow{A_1L} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{A_1N} + \overrightarrow{LP}$

* 60) Синус угла между плоскостями A_1ML и ABC равен $\frac{1}{3}$.



«КЕНГУРУ» —
ВЫПУСКНИКАМ



Тест готовности к продолжению образования

11-й класс

2017

Вам предлагается 60 вопросов, любой из которых допускает лишь два возможных ответа: «Да» или «Нет». Кроме того, Вы можете дать ответ «Не знаю». Ответы «Да» или «Нет» Вы указываете, отмечая крестиком соответствующее поле в таблице ответов. При ответе «Не знаю» Вы оставляете оба поля для этого вопроса пустыми. Вопросы, помеченные символом *, относятся к повышенному уровню сложности.

Внимание: за верный ответ «Да» или «Нет» будет начисляться 3 балла, за неверный ответ «Да» или «Нет» будет сниматься 2 балла, а ответ «Не знаю» оценивается в 0 баллов. Поэтому не следует угадывать ответы: отвечайте «Да» или «Нет» только тогда, когда Вы уверены в ответе.

Время, отведенное на решение задач, — 90 минут!

Образец таблицы ответов

Так будет выглядеть часть таблицы ответов, если выбраны следующие ответы на вопросы:

1 — «да»,
2 — «не знаю»,
3 — «нет», ...

Ответы

	1	2	3
ДА	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
НЕТ	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Нельзя отмечать два поля в одной колонке!

I. Верно ли утверждение?

1) $\frac{2}{3:4} > \frac{2:3}{4}$ 2) $\frac{1}{0,012 \cdot 10^{-4}} > 10^6$ 3) $\operatorname{tg} 1 < 1$

4) $\lg(\lg(\lg 99)) < 0$ * 5) $\sqrt[5]{2} - 3 \sqrt[10]{2} + 2 < 0$

II. Верно ли тождество?

6) $16a^8 - 81b^4 = (2a^2 - 3b)(2a^2 + 3b)(4a^4 + 9b^2)$ 7) $(2^{3x})^2 = 8^{2x}$

8) $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x^3} = x$ 9) $\log_2 4x + \log_4 8x = \frac{7}{2} + 3 \log_4 x$

10) $\left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)^2 = 2 \cos^2 x$

III. Верно ли утверждение?

- 11) Среди чисел 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ровно 3 простых.
- 12) Утроенный квадрат удвоенного куба числа a равен $18a^6$.
- 13) Если число $2n$ делится на 8, то число $5n$ делится на 20.
- 14) Существует 31 способ разложить пять различных учебников в два ящика так, чтобы оба ящика были не пусты.
- * 15) Среди чисел, получающихся перестановкой цифр в числе 6321, ровно восемь делятся на 12.

IV. Верно ли утверждение?

- 16) В прямоугольном треугольнике произведение катетов равно произведению гипотенузы и опущенной на нее высоты.
- 17) Площадь квадрата больше среднего геометрического площадей его вписанного и описанного кругов.
- 18) Куб имеет ровно три плоскости симметрии.
- 19) В треугольнике со сторонами 2, 3 и 4 косинус большего угла равен $\frac{1}{4}$.
- * 20) Если в трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, то высота меньше средней линии.

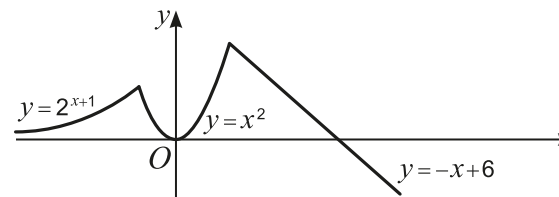
V. Верно ли утверждение?

- 21) Среднее арифметическое корней уравнения $x^2 + 4x - 7 = 0$ равно 2.
- 22) Уравнение $\sqrt{x-3} = \sqrt{2x-5}$ имеет один корень.
- 23) Сумма корней уравнения $\sin 2x = \cos x$, лежащих на отрезке $[0; 2\pi]$, равна 3π .
- * 24) Произведение корней уравнения $\lg^2 x - 2\lg x - 9 = 0$ равно 100.
- * 25) Уравнение $4^x - 2^{x+3} - 3 = 0$ имеет корень на луче $(-\infty; 3)$.

VI. Верно ли утверждение?

- 26) Неравенства $x^2 - 4 < 0$ и $x^2 + 2x - 15 > 0$ не имеют общих решений.
- 27) Множеством решений неравенства $(x^2 + x - 2)(x - 1) \leq 0$ является луч $(-\infty; -2]$.
- 28) Ровно девять целых чисел удовлетворяют неравенству $\lg(2-x) < 1$.
- 29) Множеством решений неравенства $||x| - 3| \leq 2$ является отрезок.
- * 30) Для всех x из промежутка $\left(-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}\right]$ выполняется неравенство $\sin x < \sqrt{3} \cos x$.

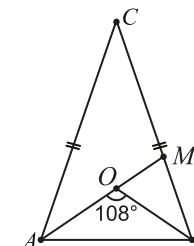
VII. График функции $y = f(x)$ состоит из частей графиков функций $y = 2^{x+1}$, $y = x^2$, $y = -x + 6$ (см. рисунок). Верно ли утверждение?



- 31) Решением неравенства $f(x) < 0$ является луч $(6; +\infty)$.
- 32) На луче $(-\infty; -1]$ функция $f(x)$ возрастает.
- 33) Уравнение $f(x) = 3$ имеет 4 корня.
- 34) Касательная к графику $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = -\frac{1}{4}$ параллельна прямой $y = -\frac{1}{2}x$.
- * 35) Уравнение $f(x) = 0,1 + 0,001x$ имеет три корня.

VIII. Биссектрисы равнобедренного треугольника ABC с основанием AB пересекаются в точке O . Известно, что $\angle AOB = 108^\circ$. Верно ли утверждение?

- 36) $\angle ACB = 36^\circ$
- 37) Треугольники ABM и ABC подобны.
- 38) $CM = AB$
- 39) $AC > \sqrt{3} \cdot AB$
- 40) $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMC}} = \frac{AC}{AB}$



IX. Верно ли утверждение?

- 41) Все члены арифметической прогрессии 13; 19; ... встречаются среди членов арифметической прогрессии 1; 4; ...
- 42) В геометрической прогрессии 1; $\sqrt{2}$; ... десятый член в $8\sqrt{2}$ раз больше второго.
- 43) В любой арифметической прогрессии сумма первого, восьмого и девятого членов равна сумме третьего, четвертого и одиннадцатого членов.
- 44) Если число -2 является корнем уравнения $x^3 + bx^2 + 2cx - 6 = 0$, то $b > c$.
- * 45) При некоторых x и y значение выражения $(\cos^2 x + \cos^2 y)(\sin^2 x + \sin^2 y)$ больше 1.