



Международный математический конкурс-игра «КЕНГУРУ»

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!
В каждой задаче среди ответов (А)–(Д) ровно один верный.

Maths pour tous

16 марта 2017 г.

9–10 класс

Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. Круг с длиной окружности 2 катится по прямой (см. рисунок). Какая буква окажется в секторе, отмеченном знаком вопроса?



(А) К (Б) Е (В) Н (Г) Г (Д) А

2. Какой год находится в третьем десятилетии пятого века?
(А) 435 (Б) 536 (В) 525 (Г) 427 (Д) 245

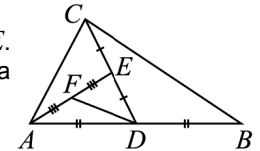
3. На рисунке изображены 4 ромба, имеющие площади 1, 4, 9 и 16. Чему равна площадь закрашенной фигуры?
(А) 9 (Б) 10 (В) 11 (Г) 12 (Д) 13



4. Ненулевые числа a и b таковы, что $a^2 = 2b^3$. Чему равно $\frac{a^4 + b^6}{a^4 - 2b^6}$?
(А) $\frac{5}{2}$ (Б) $\frac{5}{4}$ (В) $\frac{4}{3}$ (Г) $\frac{5}{3}$ (Д) невозможно определить

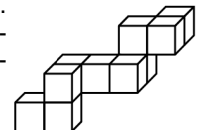
5. На какие два угла нельзя разбить тупой угол лучом, выходящим из его вершины?
(А) на два острых (Б) на прямой и острый (В) на тупой и острый
(Г) на два тупых (Д) все варианты А–Г возможны

6. Точки D, E, F — середины отрезков AB, CD и AE . Площадь треугольника ABC равна 24. Чему равна площадь треугольника DEF ?
(А) 3 (Б) 4 (В) 6 (Г) 8 (Д) 9



7. Как известно, минутой называется не только $\frac{1}{60}$ часть часа, но и $\frac{1}{60}$ часть градуса. На сколько минут за 1 минуту поворачивается минутная стрелка часов?
(А) 30 (Б) 60 (В) 360 (Г) 720 (Д) 3600

8. Прямоугольный параллелепипед был склеен из кубиков. Когда несколько из них отвалились, осталась фигура, изображенная на рисунке справа. Из какого наименьшего количества кубиков мог быть склеен этот параллелепипед?
(А) 36 (Б) 48 (В) 60 (Г) 64 (Д) 80



24. Несколько одинаковых кубиков лежат в ряд. Этот ряд продолжили, добавив еще несколько кубиков. При этом площадь поверхности всего блока увеличилась в k раз. Чему не может быть равно k ?

(А) 3 (Б) 5 (В) 6 (Г) 9
(Д) все значения А–Г возможны

25. Пусть a и b — корни уравнения $x^2 + x - 7 = 0$. Чему равно $3a^2 + 4b^2 + 2a + 3b + 1$?
(А) 54 (Б) 51 (В) $10\sqrt{29}$ (Г) -32 (Д) -29

26. Все натуральные делители натурального числа N выписали по возрастанию. Известно, что произведение пятого и десятого чисел в этом ряду равно N . Сколько делителей у числа N ?

(А) 15 (Б) 14 (В) 13 (Г) 10
(Д) невозможно определить

27. Навстречу друг другу едут два поезда. Скорость первого поезда равна 70 км/ч, а скорость второго — 60 км/ч. Длина первого поезда — 360 м, а длина второго — 420 м. Каково расстояние от точки, где встретятся начала этих поездов, до точки, где встретятся концы последних вагонов этих поездов?

(А) 60 м (Б) 70 м (В) 80 м (Г) 120 м (Д) 130 м

28. Знайка подсчитал количество плоскостей симметрии у некоторого прямоугольного параллелепипеда. Какой из результатов А–Г у него не мог получиться?

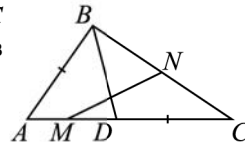
(А) 3 (Б) 5 (В) 7 (Г) 9
(Д) все варианты А–Г возможны

29. Пусть α и β — углы треугольника. Какое из неравенств А–Г не может выполняться?

(А) $\sin\alpha + \cos\beta < 0$ (Б) $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta < 0$ (В) $\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta < 0$
(Г) $\cos\alpha + \cos\beta < 0$ (Д) все неравенства А–Г могут выполняться

30. Точка D выбрана на стороне AC треугольника ABC так, что $DC = AB$. Точки M и N — середины отрезков AD и BC , $\angle NMC = 18^\circ$. Найдите $\angle BAC$.

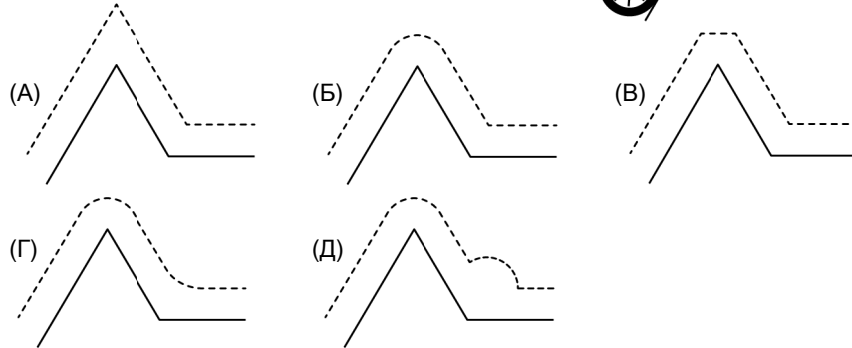
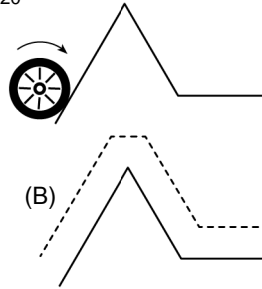
(А) 21° (Б) 27° (В) 30°
(Г) 32° (Д) 36°



Правила международной ассоциации «Кенгуру» запрещают публикацию задач в течение месяца со дня проведения конкурса.

9. Квадрат четверти куба утроенной половины — это
 (А) $\frac{3^6}{2^{10}}$ (Б) $\frac{3^5}{2^{25}}$ (В) $\frac{3^{18}}{2^{18}}$ (Г) $\frac{3^8}{2^{10}}$ (Д) $\frac{3^{18}}{2^{20}}$

10. Колесо катят по склонам холма. По какой линии движется центр колеса?



Задачи, оцениваемые в 4 балла

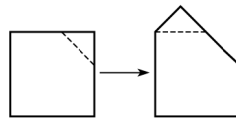
11. Сколько существует таких натуральных чисел A , что из чисел A и $A+20$ четырехзначным является ровно одно?
 (А) 0 (Б) 19 (В) 20 (Г) 39 (Д) 40

12. Число $(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$ равно
 (А) $\sqrt{2}$ (Б) $2\sqrt{2}$ (В) $2^{\sqrt{2}}$ (Г) 4 (Д) 2

13. На какое из чисел (А)–(Д) может делиться произведение трех двузначных простых чисел?
 (А) 10 (Б) 22 (В) 39 (Г) 187 (Д) 286

14. В верном числовом неравенстве $a-b > c-d$ одно из чисел в левой части и одно из чисел в правой части увеличили на 1, после чего неравенство стало неверным. Какие числа увеличили?
 (А) a и c (Б) a и d (В) b и d (Г) b и c (Д) невозможно определить

15. От квадрата со стороной 1 отрезали равнобедренный треугольник. Когда его приложили к оставшейся части квадрата, получился пятиугольник (см. рисунок). Чему равна меньшая сторона этого пятиугольника?



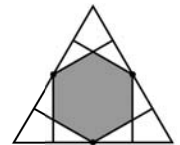
- (А) $\sqrt{2}-1$ (Б) $\frac{1}{2}$ (В) $\sqrt{5}-2$ (Г) $\frac{1}{3}$ (Д) $\frac{\sqrt{2}+1}{5}$

16. Один из углов некоторого десятиугольника равен среднему арифметическому остальных углов. Найдите этот угол.
 (А) 120° (Б) 135° (В) 144° (Г) 150° (Д) 160°

17. Сколько квадратных трехчленов x^2+bx+c таковы, что числа b и c различны и являются его корнями?
 (А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 3 (Д) 4

18. В домике кота Леопольда есть 10 мышиных норок. Кот потребовал, чтобы в любых двух норках жили не более пяти мышек. Какое наибольшее количество мышек может жить в доме у кота Леопольда?
 (А) 13 (Б) 20 (В) 21 (Г) 29 (Д) 30

19. Из середин сторон правильного треугольника площади 1 опущены перпендикуляры на стороны (см. рисунок). Чему равна площадь закрашенного на рисунке шестиугольника?
 (А) $\frac{3}{8}$ (Б) $\frac{3}{7}$ (В) $\frac{1}{2}$ (Г) $\frac{3}{5}$ (Д) $\frac{2}{3}$



20. Тихон составляет расписание тренировок по бегу на несколько месяцев. Он собирается тренироваться по три дня в неделю в одни и те же дни и не хочет тренироваться два дня подряд. Сколькими способами он может составить такое расписание?
 (А) 6 (Б) 7 (В) 9 (Г) 10 (Д) 35

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Сколько существует семизначных чисел, в которых цифры слева направо не уменьшаются, а каждая из цифр этого числа встречается столько раз, каково ее значение?
 (А) 0 (Б) 3 (В) 4 (Г) 5 (Д) 7

22. Сколько существует таких натуральных чисел N , что среди чисел от 1 до N ровно 10% делятся на 9?
 (А) 0 (Б) 5 (В) 8 (Г) 10 (Д) бесконечно много

23. В прямоугольнике $ABCD$ сторона AB равна 1. Оказалось, что его можно согнуть по линиям, проходящим через вершины A и C , так, что вершины B и D попадут в одну точку (см. рисунок). Какое наибольшее значение может принимать сторона BC ?
 (А) 3 (Б) 2 (В) 1,5 (Г) $\sqrt{2}$ (Д) $\sqrt{3}$

