Решения задач международного игрового конкурса по математике «Кенгуру» - 2021

Вариант «2 класс»

Задача 1. Ответ: Д

Проще всего считать по клеточкам или рационализировать счет, распрямляя проволочку по сторонам квадрата и следя, у какой фигуры проволочка, охватив все стороны квадрата, будет иметь более длинный остаток. Самая длинный путь - 15 клеток.

Задача 2. Ответ: Г

Перебирая все точки, сразу видно, что для ответа подходит только средняя точка D на переднем листе.

Задача 3. Ответ: Д

При зеркальном отражение пишется наоборот: и само слово и цифры в нем Справа налево должно получиться: первой цифрой будет перевернутая 1, потом перевернутая 2, затем 0, последней будет перевернутая 2.

Задача 4. Ответ: Г

Из трех башен P, R, Q из первого предложения понятно, что Q - самая высокая башня, а во втором предложении утверждается, что S выше Q. Значит S - самая высокая.

Задача 5. Ответ: А

Рассматриваем каждого ребенка. Второй мальчик слева своей правой рукой держит девочку слева за левую руку, и предпоследний мальчик своей правой рукой держит последнюю девочку за левую руку. То есть 2 ребенка держат своей правой рукой левую руку другого ребенка.

Задача 6. Ответ: Б

Выбираем созвездие, в котором нет звезд с номерами 1, 2 или 3. Это созвездие Б. Созвездия: А (есть 3), В (есть 2 и 3), Г (есть 1), Д (есть 2), поэтому они не подходят.

Задача 7. Ответ: Г

Считаем, сколько ленточек с концами на линии разреза лежит выше линии разреза, и сколько ленточек с концами на линии разреза лежит ниже линии разреза. Складываем их количество и получаем, что всего вышло 12 ленточек.

Задача 8. Ответ: В

Условие понимаем так: количество цветков каждого вида в одном и другом горшке должно быть одинаковым. Будем считать, что представленные виды цветов - это розы, ромашки и маки. Значит, для второго горшка нужно докупить 3 розы, а для первого 1 мак и 2 ромашки. В сумме - 6 цветков.

Задача 9. Ответ: А

Можно выбирать так: рассматривать последовательность рисунков на полной полоске первой фигуры и на полной полоске второй фигуры. Полные полоски будут являться противоположными сторонами квадрата. Среди предложенных 5 квадратов выбираем такой, чтобы на одной из сторон были изображены: плюс, квадрат, плюс, окружность, как на полной полоске первой фигуры; а на противоположной стороне: квадрат, окружность, плюс, окружность, как на полной полоске второй фигуры. Важно, чтобы фигуры шли именно, в такой последовательности. Это квадрат А.

Задача 10. Ответ: В

Вера забила на 4 гола больше, чем Юля. Каждый год - это 2 очка. Получаем, что Вера получила на 8 очков больше, чем Юля.

Задача 11. Ответ: Б

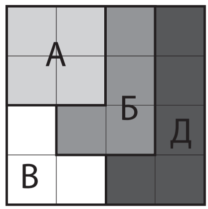
Из условия следует, что Петя и Аня ходят в школу проходя мимо одного и того же дома (Леши), значит их дома вверху справа на рисунке. Ева ходит в школу, проходя мимо другого дома (Миши), значит дом, где живет Ева, на рисунке - крайний слева. Он соответствует домику в ответе Б.

Задача 12. Ответ: Г

Сумма количества съеденных листьев с первой ветки и количества оставшихся листьев равна 10 (по условию задачи). Количество съеденных со второй ветки листьев равно количеству оставшихся на первой. Значит сумма количества съеденных листьев с первой ветки и количества съеденных листьев с второй ветки равна 10. То есть кенгуру съел 10 листьев.

Задача 13. Ответ: Г

Квадрат имеет по 4 клеточки на каждой стороне. Замечаем, что без фигурки Д не обойтись, только на ней есть стрелочки. Фигурка Д - крайняя правая сторона квадрата и одна клеточка с кружочком этой фигуры на втором ряду справа внизу. На этом ряду три квадратика - это фигура Б и одна клеточка её перешла в третий ряд справа на второе место снизу. Фигура А занимает 4 клеточки: две сверху и две слева квадратика, а фигура В занимает остальные 4 клеточки слева и снизу. Остается фигура Г. Для наглядности см. рисунок.



Задача 14. Ответ: Б

У ведьмы есть 4 яблока и 5 бананов. Она превращает 3 яблока в 1 банан, получится 1 яблоко и 6 бананов. Затем 6 бананов превращает в 2 яблока, получится 3 яблока. Эти 3 яблока она превращает в 1 банан.

Задача 15. Ответ: В

Считаем зубчики: у маленькой шестеренки 8 зубчиков, у большой - 16. Когда маленькая шестеренка сделает полный оборот, большая пройдет половину своего оборота, то есть, маленькая шестеренка окажется напротив отмеченного на большой шестеренке зубчика. Получится рисунок В.

Задача 16. Ответ: Б

Одна девочка танцует с двумя мальчиками по очереди 2 минуты, а три девочки - 6 минут, поскольку на танцполе всегда только одна пара.

Задача 17. Ответ: В

Считаем, сколько печенья разного вида на тарелке: пятиконечных звездочек - 4, треугольников - 2, сердечек - 2, овалов - 3, четырехконечных звездочек - 3. Самая большая проблема - на подносе печенье в форме овала только 1, значит нужны 3 подноса. Для печенья другой формы их тоже будет достаточно.

Задача 18. Ответ: В

Раскладываем игрушки по условию. Сверху вниз они расположатся так: машина, свисток, мяч, кубик. 4 полки заняты. Барабан может занимать место либо сверху машины (5 полка), либо между машиной и свистком (4 полка), либо мячом и кубиком (2 полка), либо под кубиком (1 полка). Получаем, что он не может лежать на 3 полке.

Вариант «3 - 4 класс»

Задача 1. Ответ: В

Белый кирпичик у Эдуарда только один. Выбираем из предложенных кубик с одним белым кирпичиком. Такой только один - это кубик В.

Задача 2. Ответ: В

Двигаемся по леске с конца (справа) к кольцу и считаем рыбок, у которых головы направлены к кольцу. Их 6: первая, третья, четвертая, пятая и седьмая и восьмая.

Задача 3. Ответ: Б

Складывая пазл, получим пример: 13 + 2. Ответ: 15

Задача 4. Ответ: Б

Ориентируемся по длинным темным лучам. На солнышке есть только один подходящий вариант - Б

Задача 5. Ответ: Д

Подсчитываем баллы на каждой мишени. А - 25 баллов, Б - 24 балла, В - 24 балла, Г - 22 балла, Д - 26 баллов. 26 - это самое большое количество, значит по этой мишени и стрелял Гриша.

Задача 6. Ответ: В

Обращаем внимание на крайние весы, они отличаются на 1 серый шар. Разница в весе на них - 4 кг. Значит это вес серого шара. По средним весам вычисляем вес белого шара. Вес двух белых шаров 14 - 4 = 10 кг, т.е. один белый шар будет весить 10 : 2 = 5 кг.

Задача 7. Ответ: А

Невозможно для набора А. В наборе Б и В меняем карточки с виноградом и вишней, в наборе Г - с яблоком и виноградом, в Д - с вишней и виноградом.

Задача 8. Ответ: Д

Замечаем, в третьей коробке только одна фигура - кружочек, тогда из первой коробки остается взять звездочку, а тогда из пятой - пятиугольник. После этого из четвертой коробки останется взять только ромбик.

Задача 9. Ответ: Д

Замечаем, что в нижней части уложены два кубика белого цвета на первом от нас ряду посередине - и справа, они видны. Серые кубики в нижней части занимают все остальное место: два последних ряда, и ряд слева. Подходящая фигура - это Д.

Задача 10. Ответ: В

Разница в 10 купленных мороженых (16 - 6 мороженых) пополнила кассу на 120 - 70 = 50 рублей. Значит стоимость одного мороженого 50 : 10 = 5 рублей. 6 мороженых стоят 5 · 6 = 30 рублей. Посчитаем, сколько было в кассе до начала продаж: 70 - 30 = 40 рублей.

Задача 11. Ответ: Г

Находим разницу высот двух правых лестниц: 48 - 36 = 12 м. Замечаем, что самая короткая лестница отличается от крайней левой на столько же - на 12 метров. 32 - 12 = 20 метров - такова длина самой короткой лестницы.

Задача 12. Ответ: Б

Замечаем, что через 3 шага все чашки будут перевернуты. Еще через 6 шагов (т.е. всего через 9 шагов) все чашки снова будут перевернуты. Значит на 10 - м шаге первая чашка будет открытой и стоять на последнем месте, а впереди нее две перевернутые чашки.

Задача 13. Ответ: Г

В соответствии с условием звездочка может стоять на 2, 3 или 4 месте, а три фигуры: кружок, цветок и треугольник, должны стоять подряд, то есть, на 3, 4, 5 месте, поскольку звездочка не может стоять на 5 месте. Значит, цветок на 4 месте.

Задача 14. Ответ: Г

Обращаем внимание на сумму в двух клетках, равную 3. Она может получиться только в том случае, если в одной клетке стоит 1, а в другой - 2. Проверяем каждый вариант. Вариант, когда цифры стоят в последовательности «2 и 1», не подходит, так как при этом в первой клетке слева должно бы стоять 10, но по условию в клетках стоят числа от 1 до 9. Если же написать наоборот: «1 и 2», все сходится. В этом случае в серой клетке получится 7.

Задача 15. Ответ: А

Сумма 30 получается только в двух случаях: 13 + 14 + 3 или 9 + 18 + 3. Шарик с 3 очками входит в оба варианта, значит в него Маша попала наверняка.

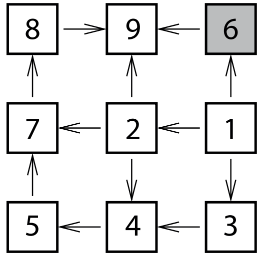
Задача 16. Ответ: Г

Поделить шоколадки поровну между 2, 3 и 4 детьми можно только в том случае, если количество шоколадок делится на 12 (т.к. 12 - первое число, которое делится на 2, 3 и 4). Возможные варианты: 12, 24, 36, 48. Из них только 36 при делении на 7 дает остаток 1. Т.е. 6 шоколадок не хватает. Значит в коробке 36 шоколадок.

Задача 17. Ответ: Д

Общий вес всех коробок равен 36 кг. Бананов в 3 раза больше, чем яблок, значит, яблок будет 36 : 4 = 9 кг, а бананов 36 - 9 = 27 кг. 9 кг получится, если яблоки лежат в 1 и в 4 коробках. Других вариантов нет.

Задача 18. Ответ: Г



Начинаем с клеточки с цифрой 7. В клеточке выше может стоять только 8, потому что справа от нее стоит большее число - это только число 9. Осталось расставить числа 1, 2, 3, 4, 6. Заметим, что самое большое из них - 6 - не может стоять в клеточках нижнего и среднего ряда. Значит, цифра 6 стоит в клеточке со знаком вопроса

Вариант «5 - 6 класс»

Задача 1. Ответ: Г

Ориентируемся на белые кирпичи, их дано два. Выбираем из предложенных конструкций ту, в которой два белых кирпича. Такая только одна - это конструкция Г.

Задача 2. Ответ: А

Рассматриваем каждого ребенка. Чтобы держать друг друга за левые руки, дети должны стоять лицом в противоположные стороны. Таких пар три. При этом две из них держатся за правые руки, и только одна пара (пятая девочка и шестой мальчик) держат друг друга левыми руками.

Задача 3. Ответ: Б

Сложив пазл, получим пример: 12 + 20. Ответ 32.

Задача 4. Ответ: Б

Ворота состоят из 3 клеток, т.е. сквозь них сможет пройти только та фигура, которая в каждом горизонтальном ряду содержит не более 3 клеток. Все фигуры кроме В имеют ряды, в которых больше 3 клеток.

Задача 5. Ответ: В

Перемножаем числа: 5, 10, 15, 20, … , 100. Среди них есть 10 чисел с нулями, которые при умножении дадут 11 нулей. Остаётся перемножить их же, но без нулей, и числа, оканчивающиеся на 5. То есть, умножаем: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Далее: 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95. Нас интересует, сколько двоек содержит первое произведение, так как, чтобы получить 0 при умножении числа, оканчивающегося на 5, достаточно его умножить на 2.

Считаем количество двоек в первом произведении: $2, 4 = 2 \cdot 2, 6 = 2 \cdot 3, 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, их 7. Чисел с пятерками на конце больше, поэтому нулей при умножении будет столько же, сколько есть двоек в первом произведении, то есть 7. Добавляем эти 7 нулей к ранее полученным 11 - ти, и получаем, что всего будет 18 нулей.

Задача 6. Ответ: Г

Это квадрат Г. Он разделен на 4 части, а потом четверть разделена пополам.

Задача 7. Ответ: Г

Начинаем с третьей коробки, там одна буква N. Её и берем. Далее из первой коробки берем E, из пятой - U. Тогда из четвертой коробки останется взять G.

Задача 8. Ответ: Д

Подходят все три фигуры. Прямоугольник складываем сначала вертикально посередине, потом по диагонали, квадрат - сначала по диагонали, потом пополам, треугольник - два раза пополам.

Задача 9. Ответ: Б

Разрезаем так, чтобы в результате получить наименьшие числа. Число содержит 10 цифр, значит, без четырехзначного числа не обойтись. Выбираем самое маленькое четырехзначное число, которое можно выделить из цифр предложенного числа, - это 1972, тогда трехзначные - это 502 и 970. Их сумма: 1972 + 502 + 970 = 3444.
Есть вариант выбрать два четырехзначных и одно двузначное числа, но их сумма окажется больше, чем 3444.

Задача 10. Ответ: Б

Складывая числа 10, 15, 12, 13, получим длину маршрута «А - зоопарк - В - парк - С - порт - А» и удвоенную длину маршрута 15 км. Эта длина 10 + 15 + 12 + 13 = 50 км. Тогда искомый маршрут будет иметь длину, равную: 50 - 15 · 2 = 20 км

Задача 11. Ответ: А

Считаем, что А - вершина пирамиды. Второй слой - это шарики с буквами В, С, Е. Третий слой - шарики с буквами Д, ?, Е, С, Д, В. Поскольку по условию каждая буква написана на двух шариках, тогда на шарике со знаком вопроса написана буква А.

Задача 12. Ответ: В

Каждая цифра замка повернута на одинаковое расстояние в одном и том же направлении, поэтому цифры шифра отличаются от чисел комбинации 6348 на одно и тоже число с учетом перехода через 0. Проверяем каждый вариант по очереди: в варианте А все цифры увеличены на 2, в Б - все уменьшены на 3, в варианте В - сбой: первая цифра уменьшена на 2, а вторая - на 4, поэтому варианта В не может быть.

Задача 13. Ответ: Г

Пусть Влад взял x яблок, тогда груш он взял 20 - x. Луке осталось 20 - x яблок и x груш. Верно утверждение Г.

Задача 14. Ответ: Б

Заметим, что скорость поезда из X в Y (назовем его первый) в 3 раза меньше, чем скорость поезда из Y в X (назовем его второй). За одно и то же время второй поезд пройдет в 3 раза большее расстояние, чем первый. В сумме они пройдут 4 перегона. Всего от X до Y - 6 перегонов. 6 : 4 = 1,5. Т.е. они встретятся на середине второго перегона, считая от X. На втором перегоне и нужно строить второй путь.

Задача 15. Ответ: Б

Посчитаем сумму чисел в пустых кружочках. 30 - (3 + 6 + 1 + 2) = 18 - это сумма чисел в пустых кружочках левого шестиугольника. 30 - (4 + 6 + 9 + 4) = 7 - это сумма чисел в пустых кружочках правого шестиугольника. Посчитаем для среднего шестиугольника: 30 - 18 - 7 - 1 = 4 - число, стоящее в кружочке со знаком вопроса.

Задача 16. Ответ: В

Найдем высоту прямоугольника. Она находится через прямоугольник со стороной AB. (12 + 18) : 6 = 5 см. Дальше рассмотрим прямоугольник со стороной CD и найдем его длину. (18 + 22) : 5 = 8 см. Таким образом длина CD 8 см.

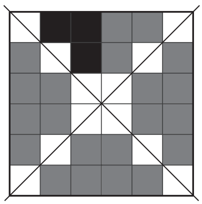
Задача 17. Ответ: А

У маленькой шестеренки 10 зубчиков, а у больших по 13. При полном обороте маленькой шестеренки все шестеренки прокрутятся на 10 зубчиков. Ориентируемся по закрашенному зубчику, учитывая направление движения шестеренок. Маленькая крутится по часовой стрелке, большая нижняя будет крутиться против часовой стрелки, а большая справа - по часовой стрелке. Значит после полного оборота маленькой шестеренки они займут положение А.

Задача 18. Ответ: В

Имеем:
Яблоко + Апельсин = Груша + Персик
Яблоко + Груша < Апельсин + Персик
Груша + Апельсин < Яблоко + Персик
Из первых двух соотношений следует, что 2 яблока весят меньше 2 персиков, то есть персик тяжелее яблока. Из первого и третьего соотношения следует, что 2 апельсина весят меньше 2 персиков, то есть персик тяжелее апельсина. Тогда из первого соотношения следует, что груша весит меньше яблока. Значит самый тяжелый - персик.

Задача 19. Ответ: Д



Квадрат имеет 4 оси симметрии: вертикальную и горизонтальную посередине и две диагональные. Для симметрии относительно вертикальной оси дорисовываем такую же фигуру из 3 клеток. Получится фигура из 6 клеток. Тогда, рисуя симметрию относительно других трех осей заштриховываем 3 · 6 = 18 клеток. Ответ 18 + 3 = 21.

Задача 20. Ответ: Б

Кубики с красной линией будут расположены в вершинах куба, их 8, и на диагоналях у шести квадратов (сторон куба) без учета крайних. На одной диагонали без крайних (они будут вершинами куба, уже их подсчитали) 7 - 2 = 5. На двух: 5 · 2 - 1 = 9 - количество кубиков с красной чертой на одной стороне куба без тех, что расположены на краях. Вычитаем 1, так как 1 кубик будет общим для обеих диагоналей. Считаем: 8 + 9 · 6 = 62.

Задача 21. Ответ: Б

Если бы все сказали правду, то полученная сумма равнялась бы 55 (1 + 2 + … + 10 = 55). На самом деле она получилась меньше на 19 (55 - 36 = 19). Поскольку все числа лежат в промежутке от 1 до 10, то один тролль не мог уменьшить сумму на 19. Два тролля тоже не смогли бы уменьшить сумму на 19, потому что тогда одному из них нужно было бы уменьшить число на жетоне на 10, что невозможно. А вот три тролля могут уменьшить сумму на 19. Значит наименьшее количество троллей - 3.

Задача 22. Ответ: Д

Обратим внимание на утверждение, что карты могут располагаться рядом только в том случае, если оба символа по общему краю будут совпадать. При этом на каждой карте все четыре символа различны, значит, чтобы их можно было использовать в формировании прямоугольника, последовательность символов должна быть определенной. На исходной карте по меньшей располагаются круг и звезда, а также треугольник и квадрат, а по большей - круг и треугольник, и звезда и квадрат. Это означает, что какие бы карты мы ни подбирали, символы на боковых сторонах заранее определены. Для горизонтального ряда подойдут карты с треугольником и квадратом по меньшей стороне - это карты Б и Г, а для вертикального - со звездой и квадратом по большей стороне - это карты А и В. Оставшаяся карта - Д - не будет использоваться при создании прямоугольника.

Задача 23. Ответ: Г

Обозначим большую бутылку как «б», среднюю как «с», маленькую как «м». Имеем:
1 полка: 3б + 4м = 64
2 полка: 3м + 2б + 2с = 64
3 полка: 6м + 4с = 64.
Сравнивая 1 и 2 полки, замечаем, что 1б + 1м = 2с.
Заменяя на первой полке 3б + 3м на 6с, получим: 6с + 1м = 64, то есть 1м = 64 - 6с.
6м на третьей полке заменяем на 6 · (64 - 6с), и получим: 6 · (64 - 6с) + 4с = 64.
Решаем это уравнение. Получаем, что 1 средняя бутылка имеет объем 10 децилитров.

Задача 24. Ответ: В

Анализируем ответы. Если предположить, что первый пират ответил правильно на первый вопрос, а на второй - неправильно, тогда получится, что второй пират неправильно ответил на первый вопрос, а правильно - на второй. Но тогда - третий пират ответил неправильно на оба вопроса, что противоречит условию. Отсюда вывод: было 6 алмазов (правильный ответ первого пирата на второй вопрос) и 7 монет (правильный ответ второго и третьего пиратов на первый вопрос). Общее количество монет и алмазов 6 + 7 = 13.

Вариант «7 - 8 класс»

Задача 1. Ответ: В

Диагональ разбила четырехугольник на два треугольника, у которых она является общей стороной. Для сторон треугольника должно выполняться неравенство: сумма двух, даже самых маленьких сторон, должна быть больше третьей. Подбираем возможные варианты. Из предложенных чисел можно составить только два треугольника: один - со сторонами 1, 2, 2,8, а другой - 2,8; 5; 7,5. Общей стороной является сторона длиной 2,8. Значит, это и есть искомая диагональ.

Задача 2. Ответ: А

Ось симметрии есть только у одного из этих знаков - это Стрелец. Она совпадает с центральной линией «стрелки». Остальные приведенные знаки симметрией не обладают.

Задача 3. Ответ: Д

Фиксируем вертикальный диаметр, и серый цвет из фигур справа от диаметра переносим в равные им фигуры слева от диаметра. Закрасится полкруга, 50%.

Задача 4. Ответ: Б

Строим их, начиная с самого маленького: 1234, 2345, 3456, 4567, 5678, 6789. Всего 6.

Задача 5. Ответ: А

Складывая пазл, получим пример 2 - 102. Ответ: 100

Задача 6. Ответ: Б

Складываем столбиком, опираясь на решенный верно пример для двухзначных чисел, или используя сумму разрядных слагаемых. Ясно, что $B + D = 7$ или 17, а $A + C = 13$ или 12. Для суммы четырехзначных чисел получится:
$1000 \cdot (A + C) + 100 \cdot (B + D) + 10 \cdot (C + A) + 1 \cdot (B + D) =$
$= 1000 \cdot 13 + 100 \cdot 7 + 10 \cdot 13 + 1 \cdot 7 = 13837$. Для второго варианта ответ тот же.

Задача 7. Ответ: Б

По условию каждое колесико поворачивается на половину оборота. На колесике цифры: 0 и 5, 1 и 6, 2 и 7, 3 и 8, 4 и 9 - будут находиться диаметрально противоположно. Поэтому для ответа выбираем диаметрально противоположные цифры для 6348. Получим число 1893.

Задача 8. Ответ: Д

Достаточно изобразить отрезками рост мальчиков, и ответ будет ясен.
Другой вариант: пусть рост Антона - x, тогда Бори - $(x + 5)$, Вани - $(x + 15)$, Гриши - $(x + 25)$, Димы - $(x + 30)$. Значит Дима выше Антона (или Антон ниже Димы, как предложено в ответах) на 30 см.

Задача 9. Ответ: Г

Согласно условию, одна сторона шоколадки содержит 6 квадратов (12 : 2 = 6) а другая 11 квадратов (9 + 2 = 11). Ясно, что отламывали от шоколадки с разных сторон плитки. Всего в плитке 11 · 6 = 66 квадратов. Съели 12 + 9 = 21 квадрат, тогда осталось 66 - 21 = 45 квадратов.

Задача 10. Ответ: Д

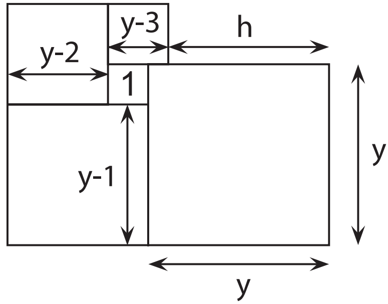
Пусть вес банки равен x, а вес воды в полной банке y.
Тогда по условию имеем: $\left(x + \frac{4}{5}y\right) - \left(x + \frac{1}{5}y\right) = 740 - 560$
Отсюда находим y - вес воды в банке, он равен 300 г.
Теперь по первому условию получаем: 560 - 300 : 5 = 500 г - вес пустой банки.

Задача 11. Ответ: В

Согласно условию, сторона большого квадрата будет равна 4 см (т.к. площадь равна 16 см^2). Находим площадь белого треугольника. Его основание будет равно 2 см, и высота тоже 2. По формуле площадь одного такого треугольника равна 2 см^2, а площади четырех таких треугольников - 8 см^2. Тогда площадь черных фигур - это площадь большого квадрата минус площади четырех серых квадратов и четырех белых треугольников. 16 - 8 - 4 = 4 см^2.

Задача 12. Ответ: В

Обозначим сторону самого большого квадрата как y. Тогда сторона нижнего левого квадрата будет иметь длину *(y - 1)*, сторона верхнего левого - длину *(y - 2)*, а верхнего справа от него - длину *(y - 3)*. Используя это выражение, получим, что длина самого большого квадрата может быть записана как $(y - 4) + h$. Но она же у нас была принята за y. Получаем: $(y - 4) + h = y$. Отсюда находим, что $h = 4$.



Задача 13. Ответ: Б

Пусть x – количество вопросов с правильными ответами, y – с неправильными, z – вопросы без ответов. Тогда имеем: $x + y + z = 20, 7x–4y = 100$. Тогда $7x = 100 + 4y$. Подбираем y, учитывая, что $100 + 4y$ кратно 7. Подходит y = 3. В этом случае $x = (100 + 4 \cdot 3) : 7 = 16$, а $z = 20 - 3 - 16 = 1$. Отметим, что также подходит y = 10, но в этом случае $x = 20$, не соответствует условию (всего 20 вопросов). Значит. Ответ: 1 вопрос остался без ответа.

Задача 14. Ответ: В

У прямоугольника с площадью P стороны равны x и 4, значит $P = 4x$. Стороны треугольника с углом 450 равны между собой и равны 4 см, и этот треугольник является половиной квадрата со стороной 4 и площадью 16 (т.к в этом месте лист согнут в два слоя). Площадь Q в 2 раза меньше площади P и будет равна $4x : 2 = 2x$. Площадь всего прямоугольника равна 13 · 4 = 52. Тогда получаем: $4x + 2x + 16 = 52$. Отсюда находим, что $x = 6$.

Задача 15. Ответ: Д

Пусть в корзине лежит *2A* яблок, и такое же количество фруктов получила Кристи. Пусть у нее x яблок, тогда груш *(2A - x)*. Лили получила A фруктов, у нее яблок *(2A - x)*, и их количество равно количеству груш у Кристи.

Задача 16. Ответ: В

Данная дробь - $\frac{a}{b}$. Новая дробь, которую получили увеличением числителя на $40\% - 1,4\frac{a}{xb}$ и она вдвое больше исходной. Получим: $2\frac{a}{b} = 1,4\frac{a}{xb}$. Отсюда $2axb = 1,4ab$. Получаем, что $x = 0,7$. Это означает, что $x = 70\%$ от b. Значит, знаменатель b уменьшили на 30%

Задача 17. Ответ: Г

Вершина пирамиды - D. Второй ряд содержит ядра с буквами A,B,C. Третий ряд - ядра с буквами B, E, D, C, E, A. Четвертый ряд - D, E, C, A, E, B, C, B, A и невидимое ядро с неизвестной буквой. Так как каждая буква должна присутствовать на 4 ядрах, то проверяем и находим, что не достает метки D.

Задача 18. Ответ: Б

Число 1ABCDE умножаем на 3 столбиком. При умножении E на 3 на конце 1, значит, E = 7, запоминаем 2. D умножаем на 3 и прибавляем 2, на конце 7, значит, D = 5, запоминаем 1. C умножаем на 3 и прибавляем 1, на конце 5, значит, C = 8, запоминаем 1. B умножаем на 3 и прибавляем 2, на конце 8, значит, B = 2. A умножаем на 3, на конце стоит 2, значит, A = 4, запоминаем 1.1 умножаем на 3 прибавляем 1, получим 4 - это A. Все сошлось. Число 142857. Сумма его цифр равна 27.

Задача 19. Ответ: Б

Задача на принцип Дирихле. Сумму всех фишек примем за x. Тогда наименьшее количество фишек каждого цвета будет равняться: $x - 26 =$ зеленые, $x - 24$ = красные $x - 21$ = синие, $x - 16$ = желтые. Складывая, получим уравнение: $4x - 87 = x$, откуда получаем, что $x = 29$ - наименьшее количество фишек.

Задача 20. Ответ: Г

10 шестиугольников на видимой части мяча и столько же на невидимой. Всего 20.

Задача 21. Ответ: Г

Возможны два случая отбора для образования пар: один случай - 20 рыцарей и 2000 лжецов, второй случай – 21 рыцарь и 1999 лжецов.

Рассмотрим первый вариант: 20 рыцарей и 2000 лжецов. Возможно три варианта пар: (лжец, лжец) – пусть x пар, (лжец, рыцарь) = $(2000 - 2x : y) – y$ пар по количеству рыцарей, которые вошли в эту пару; (рыцарь, рыцарь) – $(20 - y) : 2$ пар.

Первая пара назовет рыцарями 2x человек, лжецами никого; вторая пара назовет лжецами $(2000 - 2x + y)$ человек, рыцарями никого; третья пара назовет рыцарями $(20 – y)$ человек, лжецами никого. Всего 1010 пар, 20 человек названы лжецами и 2000 человек названы рыцарями, составляем уравнения:

$x + y + (20 - y) : 2 = 1010$

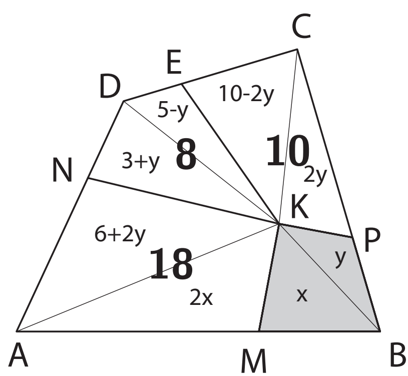
$2x + 20 - y = 2000$

$2000 - 2x + y = 20$.

Решая их, получим x = 995 – столько было пар лжецов. Второй случай не подойдет, так как x получится не целым числом, что противоречит условию.

Задача 22. Ответ: В

Соединим точку K со всеми вершинами четырехугольника, тогда образуется 8 треугольников. Будем сравнивать их площади, применяя свойство площадей треугольников: площади треугольников, у которых высота одинаковая, относятся как основания. Площадь треугольника MKB (см. рисунок) примем за x, а площадь треугольника BKP за y. На рисунке указаны площади других треугольников, выраженные через x и y. Нужно найти $(x + y)$. Используя четырехугольник с площадью 18, получим уравнение: $6 + 2y + 2x = 18$, откуда $x + y = 6$.



Задача 23. Ответ: Б

Считаем окрашенные грани. Они будут у 8 кубиков в вершинах и у 3 кубиков на одном ребре, кроме тех, которые образуют вершины. Итого на всех ребрах получится 3 · 12 = 36 кубиков. Внутри каждой грани останется 9 покрашенных кубиков, которые не в вершинах и не на сторонах. Тогда во всех гранях 9 · 6 = 54 кубика. Складываем и получаем общее количество интересующих нас кубиков: 8 + 36 + 54 = 98.

Задача 24. Ответ: Г

Точка пересечения вершин всех треугольников является общей вершиной 5 равных углов, сумма которых 360 градусов. Тогда один угол равен 360 : 5 = 72 градуса. Другой острый угол треугольников будет равен 90 - 72 = 18 градусов. Чтобы построить звезду, нужно 360 : 18 = 20 треугольников.

Вариант «9 - 10 класс»

Задача 1. Ответ: Г

Подсчитаем для каждой вершины число треугольников равнобедренных, но не правильных. Его вершина, в которой сходятся две равные стороны, является вершиной для трех таких треугольников. И так как всего вершин 9, то получаем 3 · 9 = 27 равнобедренных треугольников. Кроме того, в девятиугольник можно вписать еще 3 различных правильных треугольника. Всего же будет 27 + 3 = 30.

Задача 2. Ответ: Б

Сравниваем пути. У всех - одинаково нижнее основание и боковая сторона. Разница - в путях внутри треугольника. Получится самый маленький P, длиннее его путь R, самый длинный - Q.

Задача 3. Ответ: Б

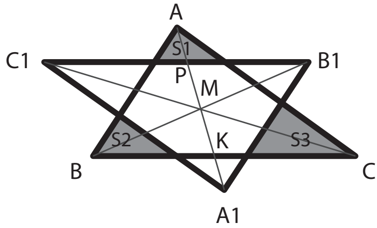
Рассматривая рисунок, замечаем прямоугольник, у которого известны две характеристики: площадь и длина стороны. Находим другую его сторону: $16:6=\dfrac{8}{3}$. Эта сторона общая с прямоугольником, площадью 12. Отсюда находим вторую сторону этого прямоугольника: $16:\dfrac{8}{3}=\dfrac{9}{2}$.
Действуем так же с каждым последующим прямоугольником. Получаем: $18:\dfrac{9}{2}=4$, 32 : 4 = 8, 48 : 8 = 6, 30 : 6 = 5 – это высота последнего прямоугольника.

Задача 4. Ответ: Б

Пусть во втором тайме гости забили x голов, тогда хозяева забили 2x голов. Получаем уравнение: $14 + x + 1 = 9 + 2x$. Находим x = 6. Т.е. гости забили всего 14 + 6 = 20 голов, а хозяева 9 + 6 · 2 = 21 гол. Значит, игра закончилась со счетом 20:21.

Задача 5. Ответ: В

Центр тяжести треугольника (центроид) - это точка пересечения медиан, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины. Чтобы получить вершины симметричного треугольника, медиану продлеваем от точки пересечения за сторону на такую же длину. Симметричные треугольники равны, соответствующие элементы в них тоже равны и симметричные стороны параллельны, поэтому отсеченные треугольники подобны данному с коэффициентом подобия 1/3.



На рисунке ВС равна и параллельна С1В1, АМ = МА1, МК = А1К = 1/3(АК) = АР. Треугольник с площадью S1 подобен данному и его площадь равна 1/9 от площади данного. В сумме треугольники с площадями S1, S2, S3 будут иметь площадь, равную 1/3 площади данного. Тогда площадь общей части симметричных треугольников составляет от площади данного 2/3

Задача 6. Ответ: Г

На рисунке показаны два прямоугольных треугольника с площадями 10 и 8 и один из них равнобедренный. Значит, третий треугольник равнобедренный, не прямоугольный с площадью 10 или 8. Подходит только вариант Г.

Задача 7. Ответ: В

В правильном шестиугольнике радиус - (большая диагональ ромба) равен стороне шестиугольника. Тогда площадь белых треугольников будет в 2 раза меньше площади ромба, т.е. 2,5 см^2. Считаем: $5 \cdot 6 + 2{,}5 \cdot 6 = 45$ см^2.

Задача 8. Ответ: В

Пусть Диме, Сереже и Лизе по x лет. Среднее арифметическое возраста всех участников группы - 21 год. Тогда составляем уравнение: $(3x + 19 + 20 + 21) : 6 = 21$. Решив это уравнение, получим: $x = 22$.

Задача 9. Ответ: В

Исходная комбинация: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8. Подсчитываем все возможные комбинации, пропуская 1 или 2 числа. Таких комбинаций возможно 8.

Задача 10. Ответ: Б

Применяем свойство: среднее арифметическое чисел больше или равно их среднему геометрическому.

$(1/a + 1/b) \cdot (4 + ab) \geqslant 2\sqrt{1/ab} \cdot 4\sqrt{ab} = 8$. Ответ 8.

Задача 11. Ответ: А

Обозначим числа в кружочках буквами (см. рисунок). Согласно условию получатся равенства:

$a + b + c + d = a + x + c + 6 = 6 + b + x + d$.

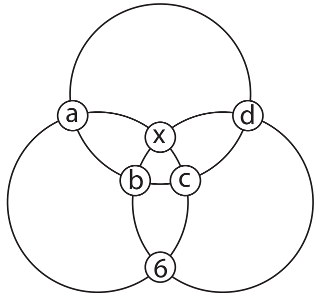
Из первого и второго равенств следует, что $b + d = x + 6$.

Из второго и третьего равенств получаем, что: $a + c = b + d$.

Сумма всех чисел в кружочках равна $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$.

Отсюда имеем уравнение: $x + a + b + c + d + 6 = 21$.

Заменим в нем $(b + d)$ и равное ему $(a + c)$ на равное им $(x + 6)$. Получим: $2(x + 6) + x + 6 = 21$, откуда находим, что $x = 1$.



Задача 12. Ответ: Д

Подсчитаем количество всех детей, получится 9 + 15 + 17 + 19 + 21 = 81. Стартовала команда с x детьми. Количество оставшихся $(81–x)$. Количество мальчиков (обозначим его y) среди оставшихся будет равно $(81–x) : 4$. Число y, как и число x принимает одно из значений количества членов команд - то есть одно из чисел: 9, 15, 17, 19, 21. Проверяем каждое и получаем, что подходит $x = 21$.

Задача 13. Ответ: А

Числа, обладающие этим свойством, образуют арифметическую прогрессию, уменьшающуюся на число, кратное указанным. Наименьшее положительное число, которое без остатка делится на 6, 7, 8 и 9 равно 7 · 8 · 9 = 504. Уменьшая последовательно число 2021 на 504, получим остальные числа, обладающие этим свойством: 1517, 1013, 509, 5. Итого - четыре числа.

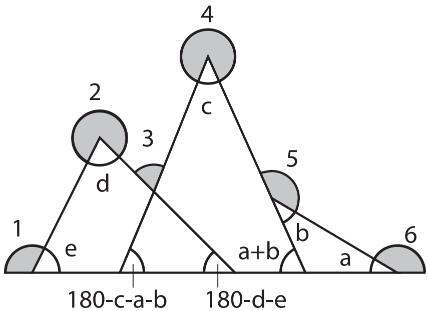
Задача 14. Ответ: В

К нулям нижнего левого подквадрата 13 раз прибавляли 1. Тогда 47 - 13 = 34, это количество прибавлений 1 к нулям в правом и левом верхнем и правом нижнем подквадратах. В сумме в правом верхнем и левом верхнем прибавили 18 единиц, тогда в нижнем правом прибавили 34 - 18 = 16 единиц - это число, стоящее в квадратике со знаком вопроса.
Для наглядности см. рисунок.

a	a+b+c+d	b
a+c	a+b+c+d	b+d
c	c+d	d

Задача 15. Ответ: В

Проще решить эту задачу, обозначая углы разными буквами и выражая остальные через них. Для этого достроим фигуру, выделив треугольники, как на рисунке (см. рисунок).
Обозначим некоторые углы a, b, c, d и e. Тогда сразу находим, что второй справа угол будет равен $(a + b)$, третий справа - $(180 - d - e)$, а второй слева - $(180 - c - a - b)$. Они показаны на рисунке.



Угол 3 равен:
$180 - (180 - d - e) - (180 - c - a - b) = - 180 + d + e + c + a + b$.
Сумма всех шести интересующих нас углов составит:
$(180 - e) + (360 - d) + (- 180 + d + e + c + a + b) + (360 - c) + (180 - b) + (180 - a) = 1080$.

Задача 16. Ответ: Д

Заполняя клеточки последовательно, получим, что в предпоследней правой клетке находится число 2024. Тогда а = 2024 + 2021 = 4045.

Задача 17. Ответ: В

Из первого равенства следует, что: $(a + b) = - c, (b + c) = - a, (c + a) = - b$. Умножая их, получим $(- abc) = - 78$.

Задача 18. Ответ: А

Наименьшее число с конкретной суммой цифр будет содержать как можно меньше разрядов, и тогда, как можно больше девяток. 2021 : 9 = 224 (остаток 5). Число N = 599…9999. В нем 224 девятки. Прибавляем 2021, получим число 600….02020. Сумма его цифр равна 10.

Задача 19. Ответ: Д

Семен набрал 19 баллов, один из вариантов 19 = 6 · 3 + 1, 3 слова в этом случае общие. Этот вариант не подходит, так как, в этом случае, максимальное число баллов у Артема равно 21, а у второго тогда должно быть 20, что невозможно. Это значит, что у Семена баллы получились 19 = 5 · 3 + 4 · 1 + 1 · 0, тогда у каждого есть 1 одно общее слово. 4 слова по 1 очку он делит с двумя другими: 3 – со вторым мальчиком и 1 с Артемом. Баллы второго мальчика: 6 · 3 + 3 · 1 + 1 · 0 = 21, баллы Артема: 8 · 3 + 1 · 1 + 1 · 0 = 25.

Задача 20. Ответ: Г

Пусть $a = p^2, b = q^2$. Тогда $p^2 – q^2 = (p – q) \cdot (p + q)$ – простое число по условию. Простое число раскладывается только на два множителя: 1 и само себя. Тогда $p - q = 1$ (т.к. оно точно меньшее из двух).

Подбираем из предложенных:

Вариант А: $q = 10$, тогда $p = 11$, 10 + 11 – не простое, не подходит.

Вариант В: $q = 12$, тогда $p = 13$, 12 + 13 = 25 – не подходит.

Перебирая таким образом все предложенные варианты, находим, что подойдет вариант Г.

Задача 21. Ответ: Г

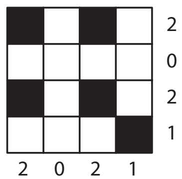
Будем рассматривать возможные варианты. Для наглядности они изображены на рисунке.

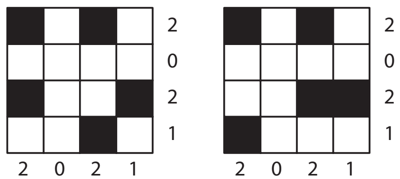
Начнем с квадратика (1;1), тогда возможен единственный вариант раскраски, рисунок 1.

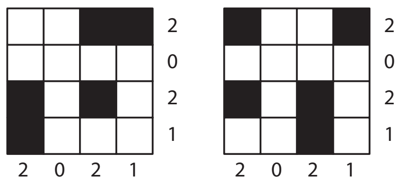
Теперь первым раскрасим квадратик (1 по горизонтали, 2 - по вертикали), в этом случае возможны два варианта раскраски остальных квадратов, рисунок 2.

Когда начнем раскраску с верхней правой клеточки, то в этом случае возможны 2 вида раскраски остальных квадратиков, рисунок 3.

Всего получается 5 разных вариантов.







Задача 22. Ответ: В

Расположим числа, равные весу монет в порядке возрастания, пусть это ряд: a, b, c, d, e, f, g, h. По условию они все различны, наибольшее число обозначено буквой h. Нужно найти наименьшее значение, тогда a - тоже наименьшее и равно 1. $1 + d > b + c$, тогда наименьшее $d = 5$. Далее, рассуждая аналогично, получим искомый ряд чисел: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34. Значит самая тяжелая монета весит 34 грамма.

Задача 23. Ответ: Г

Среди любых пяти последовательных шаров есть один красный, один желтый, один синий и два зеленых. Сказанное выше справедливо как для первых пяти, так и для последних пяти шаров. Рассмотрим любые шесть последовательных шаров. Отсюда следует, что первый и шестой шары имеют одинаковый цвет. Следовательно, цвет любого шара повторяется после пяти последовательных шаров. Таким образом, шар с номером 20 имеет тот же цвет, что и шар с номером 5 (так как 20 = 5 · 3 + 5). Шарик с номером 202 имеет тот же цвет, что и шарик с номером 2 (так как 202 = 5 · 40 + 2). Таким образом, шары с номером 2 и с номером 5 - зеленые. Шар с номером 2021 имеет тот же цвет, что и шар с номером 1 (2021 = 5 · 404 + 1). Отсюда следует, что шар номер 3 - красный, номер 4 - желтый и номер 1 - синий. Следовательно, шар с номером 2021 имеет синий цвет.

Задача 24. Ответ: Б

Обозначим некоторые стороны и углы как на рисунке:

$AC = CD = a$, $CB = x$, угол CAB = углу $DCB = \alpha$,

угол $BCA = \beta$.

Площадь большого квадрата в этом случае будет a^2.

Видим, что треугольник ABC прямоугольный, тогда $\alpha = 90 - \beta$.

Площадь треугольника CBD $S = 1 = (\frac{1}{2})\, ax \cdot \sin\alpha$

Из треугольника ABC находим $\sin\alpha = x/a$.

Тогда $1 = (\frac{1}{2})\, ax\frac{x}{a}$.

Отсюда получаем, что $x^2 = 2$.

Т.к. $a^2 = x^2 + 4^2$, то находим, что $a^2 = 2 + 16 = 18$.