

Решения задач «Кенгуру-2022». 1-2 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: Б

Посчитаем количество треугольников в каждой коробке и убедимся, что в коробке Б их больше всего.

Задача 2. Правильный ответ: Д

Только вариант Д содержит две части изображения. Чтобы их совместить, нужно перевернуть правую половину картинку Д вверх ногами.

Задача 3. Правильный ответ: Б

Проверяем каждый кирпич и считаем со сколькими кирпичами он соприкасается. Получаем, что ровно с тремя соприкасаются только два кирпича. Смотри рисунок 1.

Задача 4. Правильный ответ: Б

По рисунку видим, что когда мы покупаем на 1 пакетик сока больше, стоимость увеличивается на 20 руб. Значит, это и есть стоимость пакетика сока.

Задача 5. Правильный ответ: Г

Посчитав монеты в каждом столбце, видим, что только в третьем столбце не хватает одной монеты. Значит, возможны только варианты В и Г. Посчитав затем монеты в каждой строке, видим, что только в третьей строке не хватает одной монеты. Значит, ответ Г.

Задача 6. Правильный ответ: Б

Составляем пазл и получаем решение. Смотри рисунок 2.

Задача 7. Правильный ответ: Б

Подставляем каждый кусочек из предложенных ответов к карте, и видим, что недостающий кусок – это перевёрнутый вариант Б. Смотри рисунок 3.

Задача 8. Правильный ответ: Д

Считаем, сколько всего клеток на поле – их 24. При этом только 4 угловые клетки не испачканы чернилами. Значит, испачкано $24 - 4 = 20$ клеток.

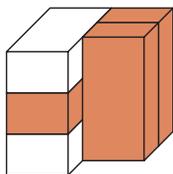


Рисунок 1



Рисунок 2

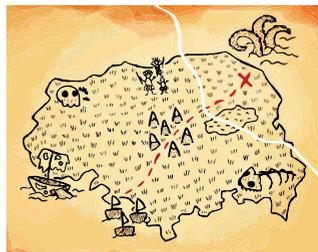


Рисунок 3

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 9. Правильный ответ: А

Ищем число, у которого вторая и третья цифры совпадают, а остальные цифры разные. Это число 34426.

Задача 10. Правильный ответ: Д

Кошка и лиса спят в корзинках одинаковой формы и с одинаковым рисунком – это корзинки 2 и 4. Кролик и хомяк спят в корзинках с одинаковым рисунком – это корзинки 1 и 3. Значит, щенок спит в оставшейся корзинке с номером 5.

Задача 11. Правильный ответ: А

Так как кенгуру не должен проходить через квадраты с закрашенными областями, он может начать только с прыжка вправо-вправо, что одинаково для всех вариантов. Затем кенгуру должен прыгнуть вверх, вверх, вправо, что исключает варианты В и Д. Последний прыжок должен быть вправо, поэтому Б и Г также исключаются. Остаётся вариант А. Проверяем и видим, что он действительно подходит.

Задача 12. Правильный ответ: Г

Рассматриваем все составные фигуры в изображениях животных и видим, что единственная фигура, которая не повторяется – это прямоугольник в составе изображения Г.

Задача 13. Правильный ответ: А

Если смотреть сверху, то мы сможем увидеть только верхние 5 дисков. Порядок цветов сверху вниз: синий, жёлтый, синий, жёлтый, оранжевый.

Задача 14. Правильный ответ: Г

Среди ответов нужно искать зеркальное отображение штампа. Так как на штампе изображены яблоко, банан и груша, то в оттиске будет обратный порядок: груша, банан, яблоко. То есть ответ А не подходит. Обращаем внимание, что черенки груши и яблока обращены друг к другу и направлены в сторону банана. Такое изображение только одно – это Г.

Задача 15. Правильный ответ: В

Так как длина кирпичей 2 см, для границы вокруг квадрата со стороной 5 см требуется на один кирпич больше вдоль каждого края, чем для границы вокруг квадрата со стороной 3 см. А всего – на 4 кирпича больше. Для квадрата со стороной 3 см потребовалось 8 кирпичей. Значит, для квадрата со стороной 5 см потребуется $8 + 4 = 12$ кирпичей.

Задача 16. Правильный ответ: Д

Лиза наклеивает звезду после того, как наклеила квадрат. И при этом она наклеивает звезду раньше, чем треугольник. Получается, что квадрат находится под звездой, а треугольник – над звездой. Такая ситуация показана только в варианте Д.

ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 17. Правильный ответ: Г

Сумма видимых чисел на первом доме $5 + 2 + 6 = 13$. Значит, сумма чисел в двух других кругах на этом доме $20 - 13 = 7$. Сумма видимых чисел на втором доме $3 + 1 = 4$. Значит, в кружке со знаком вопроса должно быть $20 - 7 - 4 = 9$.

Задача 18. Правильный ответ: А

Заметим, что если соединить точки линиями, окажется, что площади всех парков состоят из треугольников одинакового размера. Посчитаем количество треугольников в каждом варианте. В варианте А всего 7 треугольников, а все остальные варианты имеют по 8 треугольников. Таким образом, парк 1 самый маленький.

Задача 19. Правильный ответ: В

Каждый год Маша получает на одного медведя больше, чем в предыдущий год. Достаточно посчитать их количество: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$.

Задача 20. Правильный ответ: В

Три квадрата вместе составляют 18, значит, каждый квадрат равен 6. Один квадрат и два треугольника составляют 14, значит, два треугольника равны $14 - 6 = 8$. Отсюда, каждый треугольник равен 4. Два треугольника и один круг составляют 10, поэтому круг равен $10 - 8 = 2$. Тогда два квадрата и один круг составляют $6 + 6 + 2 = 14$.

Задача 21. Правильный ответ: В

У первой зебры 15 полосок. У второй зебры $15 + 3 = 18$ полосок. У третьей зебры $15 + 5 = 20$ полосок. Таким образом, победит третья зебра, и у неё 20 полосок – это ответ В.

Задача 22. Правильный ответ: А

Проверяем все пути и видим, что все они кроме маршрута А имеют правый поворот.

Задача 23. Правильный ответ: В

На рисунке ни одна из карт не находится на своем финальном месте. За один раз можно поменять местами только две карты, поэтому требуется минимум три шага. Например: на 1-м шаге меняем местами 3 и 1, на 2-м шаге меняем местами 4 и 2, и на 3-м шаге меняем местами 5 и 4.

Задача 24. Правильный ответ: А

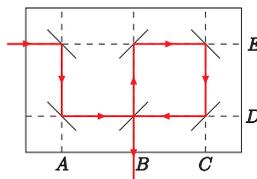
Если каждый мальчик сидит с девочкой, но только половина девочек сидит с мальчиками, значит, в классе девочек ровно в 2 раза больше, чем мальчиков. Всего учеников 30, это значит, что девочек 20, а мальчиков 10.

Решения задач «Кенгуру-2022». 3-4 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: А

Каким бы путём не полетела пчела, ей нужно будет сделать суммарно три движения вниз и три движения вправо. Проверяем предложенные варианты. Такой набор движений содержит только ответ А.

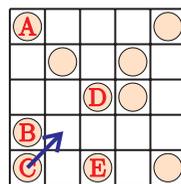


Задача 2. Правильный ответ: Б

Лазерный луч будет двигаться вниз, затем вправо, вверх, вправо, вниз, влево, вниз и закончится в точке В. Смотри рисунок.

Задача 3. Правильный ответ: В

Обратим внимание, что в большинстве строк и столбцов уже есть по две монеты. А в первом столбце и последней строке лежит по 3 монеты. Общей для них является монета С. Значит, передвинуть нужно именно её. Переместить её следует в столбец и строку, которые сейчас содержат только по одной монете. Это второй столбец и четвертая строка. Тогда перемещаем монету С по диагонали рядом с монетой В.



Задача 4. Правильный ответ: А

Заметим, что 2022 больше чем 2020 на 2. Чтобы равенство выполнялось, необходимо, чтобы среди вторых слагаемых первое число было на 2 меньше, чем второе. Это выполняется только в варианте А.

Задача 5. Правильный ответ: В

Чтобы открыть коробку с игрушками, нужно убрать коробки с одеждой и постельным бельём. Чтобы убрать коробку с одеждой, сначала нужно убрать коробки с книгами и нотами, а чтобы убрать коробку с постельным бельём, сначала нужно убрать коробки с нотами (она уже упоминалась на предыдущем шаге) и настольными играми. Всего получается 5 коробок.

Задача 6. Правильный ответ: Д

Суммарная длина каждого цикла (одного большого и двух маленьких прыжков) равна $2 + 1 + 1 = 4$. Затем прыжки повторяются. Кенгуру закончил зарядку на 16. $16 : 4 = 4$, следовательно, кенгуру сделал 4 цикла прыжков. В каждом цикле он делает три прыжка, тогда $4 \cdot 3 = 12$ прыжков.

Задача 7. Правильный ответ: Г

Проверяем все кусочки на выполнение условия, что в двух соседних квадратиках не могут находиться одинаковые цифры. Если мы поместим кусочек А, квадрат с цифрой 1 будет иметь слева соседний квадрат с той же цифрой. Если поместим кусочек Б, квадрат с цифрой 2 будет иметь сверху соседний квадрат с той же цифрой. Если поместим кусочек В, квадрат с цифрой 4 будет иметь снизу соседний квадрат с той же цифрой.

Если поместим кусочек Г, у всех квадратов условие будет выполняться. Если поместим кусочек Д, квадрат с цифрой 3 будет иметь сверху соседний квадрат с той же цифрой. Значит, правильный ответ Г.

Задача 8. Правильный ответ: В

На картине сложены пять фигур разного размера. Заметим, что третья и четвёртая фигуры меньше второй, и они будут не видны, если смотреть на конструкцию сверху. Будут видны только первая, вторая и пятая фигуры. Это вариант В.

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 9. Правильный ответ: Б

Порядок машин будет меняться следующим образом:

1, 2, 3, 4, 5 → 1, 2, 5, 3, 4 → 1, 3, 2, 5, 4 → 2, 1, 3, 5, 4.

Задача 10. Правильный ответ: А

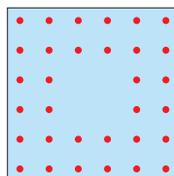
На открытке для Миши нет уток, значит, это не открытка Г. На открытке для Кости есть собака – это открытка Д. На открытке для Лёни нарисован кенгуру – это открытка Б. На открытке для Юли два живых существа – это либо Б, либо В. Но так как открытка Б – Лёнина, значит, Юлина открытка В. Таким образом, остаётся только вариант, что Мишина открытка – А.

Задача 11. Правильный ответ: Б

Сумма в большинстве строк и столбцов равна 15. Исключениями являются первый столбец и вторая строка, где сумма равна 16. Значит, мы должны уменьшить число на их пересечении: число 3 заменить на число 2.

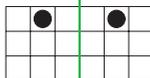
Задача 12. Правильный ответ: Д

Так как ковёр квадратный, количество точек, расположенных в два ряда на каждой из сторон, одинаково. На открытой стороне мы видим их количество, следовательно, можем узнать, сколько их будет на развёрнутом квадратном ковёре. Если бы весь ковёр был покрыт точками, то было бы $6 \cdot 6 = 36$. До этого не хватает 4 точек посередине. Тогда всего $36 - 4 = 32$ точки.



Задача 13. Правильный ответ: Б

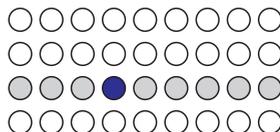
На рисунке видим, где будут располагаться отверстия, когда мы развернем лист. Это вариант Б.



| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |

Задача 14. Правильный ответ: Д

Количество рядов в классе $2 + 1 + 1 = 4$ (два ряда перед Ромой, ряд позади него и ряд, в котором сидит Рома). В Ромином ряду расположено $3 + 1 + 5 = 9$ учеников (три слева, пять справа и Рома). В каждом ряду количество учеников одинаковое. Следовательно, общее количество учеников равно $4 \cdot 9 = 36$ учеников.



● - место Ромы

Задача 15. Правильный ответ: Б

Будем смотреть по слоям, начиная слева. В первом слое использовано 2 белых блока, во втором слое – 6 белых блоков, а в третьем – 3 белых блока. Остальное место занято другими блоками. Следовательно, общее количество белых блоков в кубе $2 + 6 + 3 = 11$.

Задача 16. Правильный ответ: Д

Найдем, какие числа были в исходном примере. Чтобы получить 2 справа, к 3 можно добавить только 9. При этом 1 переносится в следующий разряд. Там в сумме стоит 7, а одно из слагаемых 6, и 1 мы перенесли. То есть на месте второй цифры в первом числе может стоять только 0. На первом месте в обоих числах могут стоять любые цифры, дающие в сумме 5. Тогда сумма чисел, спрятанных под чернильными пятнами $5 + 0 + 9 = 14$.

ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 17. Правильный ответ: Б

Света выбирает две круглые фигуры: большой белый и маленький цветной круги. Тогда у неё уже есть одна большая и одна закрашенная фигура. Если она возьмет ещё одну большую закрашенную фигуру (квадрат), все условия соблюдены. Таким образом, минимальное количество фигур, которое выбрала Света, равно трём.

Задача 18. Правильный ответ: Д

Вариант 1 можно поставить так, чтобы прямая улица вела из В в Е, тогда А (и F, что неважно) тоже имеет соединение. Вариант 2 не подходит, так как он соединяет трех соседей, а А, В и Е не являются тремя соседями. Вариант 3 соединит А с С и Е, но не с В. Вариант 4 не подходит, потому что в этом случае у А есть доступ к D. Вариант 5 подойдет, если соединить «одинокий» конец улицы с Е, тогда А, В и С также будут доступны, но не D. Таким образом, 1 и 5 – единственные два кусочка, которые удовлетворяют условию. Это ответ Д.

Задача 19. Правильный ответ: Г

Поскольку у каждой команды есть только 2 игры и возможность получить 0, 1 или 3 очка в каждой игре, то за две игры можно набрать следующие варианты баллов: $0 + 0 = 0$ очков, $0 + 1 = 1$ очко, $1 + 1 = 2$ очка, $1 + 3 = 4$ очка и $3 + 3 = 6$ очков. Вариантов набрать 5 очков нет.

Задача 20. Правильный ответ: В

Для того чтобы вернуться в точку А, Антону нужно пройти $2 \cdot 5 + 2 \cdot 10 = 30$ м. Когда Ваня вернулся в точку А в первый раз, он прошел $4 \cdot 5 = 20$ м. Антон в это время ещё не завершил полный круг. Когда Ваня вернулся в точку А во второй раз, он прошёл $2 \cdot 20 = 40$ м, а Антон в это время прошёл более 1, но менее 2 кругов, поэтому он не находился в точке А. Когда Ваня вернулся в точку А в третий раз, он прошёл $3 \cdot 20 = 60$ м. Поскольку $60 = 2 \cdot 30$, в этот момент Антон совершил 2 полных круга и тоже вернулся в точку А.

Задача 21. Правильный ответ: Б

Пусть София съела N слив. Тогда Лиза съела $N + 2$ слив. Боря $N + 2 - 3$, то есть $N - 1$ слив. Коля съел $N - 1 + 1$, т.е. N слив. Алиса $N + 3$ слив. Таким образом, одинаковое количество слив (N) съели Коля и София.

Задача 22. Правильный ответ: Г

Согласно первой строке таблицы число, скрытое серым квадратом, плюс два числа, скрытых белыми квадратами, дают в сумме 34. Согласно третьей строке таблицы число, скрытое белым квадратом, плюс два числа, скрытые серыми квадратами, дают в сумме 26. Это означает, что три числа под серыми квадратами плюс три числа под белыми квадратами дают в сумме $34 + 26 = 60$ (сумма первой и третьей строк). Таким образом, число под белым квадратом плюс число под серым квадратом равно $60 : 3 = 20$. Если сумма чисел во второй строке равна 32, тогда число, скрытое под чёрным квадратом, должно быть $32 - 20 = 12$.

Задача 23. Правильный ответ: В

Всего кусков 12. 3 из них содержат только грибы, они не подходят по условию вопроса. Остается $12 - 3 = 9$ кусков. 7 из 9 кусков содержат ветчину. Остаётся $9 - 7 = 2$ куска. Сыр содержится в 5 кусках: 2 из них не содержат ветчину, а 3 содержат. Таким образом, получаем ответ В.

Задача 24. Правильный ответ: Г

Суммарно 9 мешков весят $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 9 + 13 + 17 = 60$ кг. Значит, каждая из групп должна весить $60 : 3 = 20$ кг. Для мешка 17 кг до этого веса недостает 3 кг. Так как мешков должно быть три, то это могут быть только мешки весом 1 кг и 2 кг. Для мешка весом 13 кг недостает 7 кг. Тогда это могут быть только мешки весом 3 кг и 4 кг. Остаётся группа мешков весом 5 кг, 6 кг и 9 кг. Среди вариантов ответов есть только 9 кг, это ответ Г.

Решения задач «Кенгуру-2022». 5-6 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: Д

Числа 1, 3 и 5 нечётные, а числа 2, 4 и 6 чётные. Соединив соответствующие тройки точек, получаем вариант Д.

Задача 2. Правильный ответ: Д

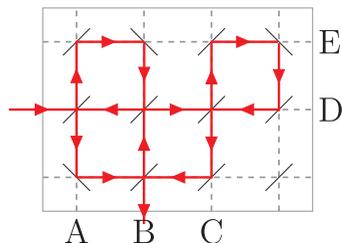
Когда Миша огибает буёк против часовой стрелки, буёк находится слева от лодки. Лишь буйки с номерами 1 и 3 будут находиться слева от лодки.

Задача 3. Правильный ответ: Г

Из примера видим, что двузначное число получается наложением двух символов – символа, отвечающего за десятки, и символа, отвечающего за единицы. Тогда, чтобы записать число 45, необходимо взять символ «40» и объединить его с символом «5». Получится символ под буквой Г.

Задача 4. Правильный ответ: Б

Лазерный луч будет двигаться вверх, вправо, вниз, влево, вниз, вправо, вверх, вправо, вверх, вправо, вниз, влево, вниз, влево, вниз и закончится в точке В. Смотри рисунок.



Задача 5. Чтобы обойтись наименьшим количеством коробок, Игорю нужно использовать вначале самые вместительные из них. Так $95 = 25 + 25 + 25 + 10 + 10$. Итого 5 коробок.

Задача 6. Правильный ответ: В

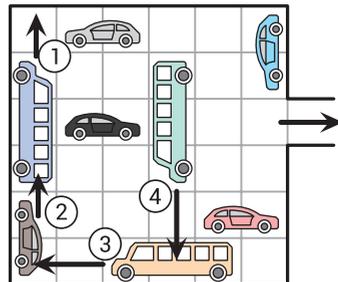
Если согнуть квадрат по диагонали, можно заметить, что белые части фигуры наложатся на закрашенные. Поэтому площадь закрашенной области равна площади белой области, что даёт половину площади квадрата: $10 \cdot 10 : 2 = 50$.

Задача 7. Правильный ответ: А

Чтобы получить наименьшее возможное число, слева необходимо поставить карточку с числом, начинающимся с наименьшей цифры. Поэтому, самой левой карточкой будет 113. То же правило применимо и к остальным карточкам, поэтому их нужно выложить в последовательности 4, 51, 5, 67, 69 и 9. Получаем, что наименьшее возможное составленное из карточек число оканчивается на 699.

Задача 8. Правильный ответ: В

Чтобы чёрная машина могла беспрепятственно выехать из гаража, нужно переставить машину перед ней на 2 клетки вперед. Для этого нужно переставить ту машину, которая находится перед ней и так далее. Всего 4 машины. Смотри рисунок.



Задача 9. Правильный ответ: В

Последовательно находим, что Антон стёр $60 : 6 = 10$ точек, после чего осталось $60 - 10 = 50$ точек. Боря стёр $50 : 5 = 10$ точек, после чего осталось $50 - 10 = 40$ точек. Вова стёр $40 : 4 = 10$ точек, после чего осталось $40 - 10 = 30$ точек. Эти 30 точек и стёрла Даша.

Задача 10. Правильный ответ: Г

Так как колесо обозрения состоит из 12 кабин, его поворот на $1/12$ часть полного оборота передвинет все кабины на одну позицию, и белая кабина окажется на самом верху.

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 11. Правильный ответ: В

Последним по тропинке идёт слонёнок, поэтому, когда тропинка разделится на две, хотя бы по одной из них слонёнок будет идти последним в группе. Это условие не выполняется только в варианте В. Заметим, что все остальные варианты возможны – это легко подтвердить проверкой каждого из них.

Задача 12. Правильный ответ: Б

Маршрут состоит из следующих стрелок: 3 вверх, 2 вправо, 3 влево и 3 вверх. Цепочка арифметических действий, соответствующих этим стрелкам, эквивалентна действию одной стрелки влево, то есть, делению на 2. Таким образом, получаем ответ $12 : 2 = 6$.

Задача 13. Правильный ответ: Д

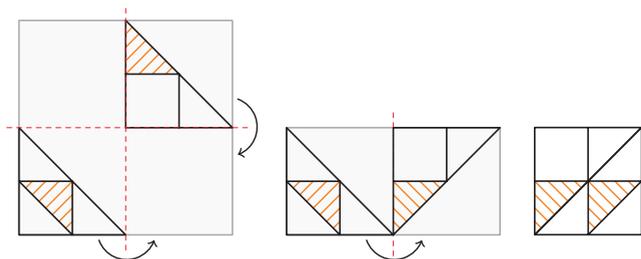
В каждой сложенной из кубиков двойке содержится 2 кубика с пятью покрашенными гранями. Все остальные кубики имеют по 4 покрашенных грани. В сложенном из кубиков нуле кубиков с пятью покрашенными гранями нет. Таким образом, получаем ответ $66 - 3 \cdot 2 = 60$.

Задача 14. Правильный ответ: Г

Налитая в аквариум вода занимает четверть его объёма. После того, как аквариум перевернули, объём воды не изменился, поэтому толщина слоя воды по-прежнему равна четверти высоты аквариума, то есть 1 метр.

Задача 15. Правильный ответ: А

Представим себе изображения, которые получатся, если сложить плёнку сначала по вертикали, а потом по горизонтали. Получим изображение А. Смотри рисунок.



Задача 16. Правильный ответ: Б

Разобьём имеющийся квадрат 4×4 на четыре квадрата 2×2 . Тогда закрашенная фигура будет состоять из четырёх прямоугольных треугольников с катетами 5 и 2,5 см. Из них можно сложить прямоугольник со сторонами 10 и 2,5 см, площадь которого равна $10 \cdot 2,5 = 25 \text{ см}^2$.

Задача 17. Правильный ответ: Б

Заметим что 2022, 2000 и 1999 – три последних особенных года. Так как Ева родилась в предыдущий особенный год, значит это был 2000 год. В этом случае в 2022 году Еве исполнится 22 года.

Задача 18. Правильный ответ: Б

Для решения задачи рассмотрим две двойки в кругах, лежащих на той же диагонали, что и круг со знаком вопроса. Ближняя к знаку вопроса двойка исключает возможность поставить двойку в кругах слева и снизу от круга со знаком вопроса. Аналогично, дальняя двойка исключает возможность поставить двойку в четвёртый круг в этой группе. Таким образом, двойка может находиться в этой группе только на месте знака вопроса.

Задача 19. Правильный ответ: В

Сумма будет наибольшей, если 9 стоит в центральном круге. Заметим, что $8 + 3 = 7 + 4 = 6 + 5 = 11$, поэтому $11 + 9 = 20$ будет наибольшей возможной суммой, которую Саша может получить.

Задача 20. Правильный ответ: Д

Легко убедиться, что единственная возможность поставить двойку – справа от единицы, тройку – справа от двойки, четвёрку – справа от тройки, пятёрку – под четвёркой, а шестёрку – под пятёркой, и так далее. Таким образом, в закрашенной клетке записано число 6.

| | | | |
|----|----|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 10 | 9 | 8 | 5 |
| 11 | 12 | 7 | 6 |

ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 21. Правильный ответ: Г

$42 - 18 = 24$ см – разница в высоте между стопками из восьми и двух стаканов. Таким образом, каждый дополнительный стакан в стопке добавляет $24 : 6 = 4$ см высоты. Получаем, что высота стопки из шести стаканов равна $18 + 4 \cdot 4 = 34$ см.

Задача 22. Правильный ответ: В

Заметим, что в третьем столбце сумма равна 3, значит в нём стоят 1 и 2. По условию задачи все числа в таблице различны, так как все животные разные. В четвёртом столбце сумма равна 7. Это может быть $1 + 6$, $2 + 5$ или $3 + 4$. Но если 1 и 2 уже использованы, то остаётся единственный вариант, что в четвёртом столбце стоят 3 и 4. По аналогии находим, что во втором столбце стоят 5 и 6, а в первом – 7 и 8. Таким образом, наибольшая возможная сумма чисел в первой строке равна $8 + 6 + 2 + 4 = 20$.

Задача 23. Правильный ответ: Г

Рассмотрим коды на подсказках. Подсказка «4» говорит о том, что все три цифры (738) не используются в нашем коде. Из подсказок «1» и «2» следует, что это не может быть цифра 6, иначе получается противоречие. При этом цифра 8 в коде отсутствует, значит цифра 2 стоит на правильной позиции. Из подсказки «3», а также из того, что цифра 6 отсутствует в искомом коде, а цифра 2 должна стоять последней, получаем, что 0 будет стоять на первой позиции. Возвращаемся к подсказке «2». Цифры 6 нет в коде, значит это может быть 1 или 4. Но мы уже знаем, что код 0?2 (неизвестна только цифра на второй позиции). В подсказке говорится, что цифра верна, но она стоит на неправильной позиции, и значит это не может быть 1, которая тоже стоит на второй позиции. Остаётся только 4, и она удовлетворяет подсказке. Тогда искомый код – 042.

Задача 24. Правильный ответ: В

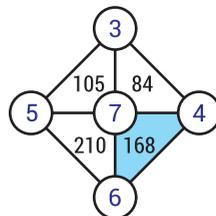
Каждая фигура состоит из трёх «башен», каждая башня состоит из трёх кубиков. Для того чтобы найти правильный ответ, нужно сопоставить места, где башни соединяются друг с другом. Это вариант В.

Задача 25. Правильный ответ: Д

Все пять чисел могут быть записаны в закрашенном квадрате. Например, $3 + 5 - 6 = 2$, $2 + 6 - 5 = 3$, $2 + 5 - 3 = 4$, $2 + 6 - 3 = 5$, $3 + 5 - 2 = 6$.

Задача 26. Правильный ответ: Г

Так как все числа делятся на 7, то число 7 будет записано в центральном круге. В левом круге будет записано число 5, так как из всех чисел только 105 и 210 делятся на 5. В верхний круг будет записано число 3, так как $105 : 5 : 7 = 3$. Аналогично, в нижнем круге записано число 6, так как $210 : 5 : 7 = 6$. Тогда в правом круге будет стоять число 4, это можно проверить аналогичными вычислениями. Искомая сумма равна $4 + 6 + 7 = 17$.



Задача 27. Правильный ответ: Б

Легко убедиться, что из всех пяти развёрток, лишь развёртка в ответе Б даёт неверное направление минусов вокруг квадрата с плюсом.

Задача 28. Правильный ответ: Г

Посчитаем расстояния для всех вариантов:

Школа в А: $20 \cdot 10 + 30 \cdot 20 + 40 \cdot 30 = 2000$ км

Школа в В: $10 \cdot 10 + 30 \cdot 10 + 40 \cdot 20 = 1200$ км

Школа между В и С: $10 \cdot 15 + 20 \cdot 5 + 30 \cdot 5 + 40 \cdot 15 = 1000$ км

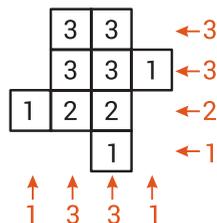
Школа в С: $10 \cdot 20 + 20 \cdot 10 + 40 \cdot 10 = 800$ км

Школа в D: $10 \cdot 30 + 20 \cdot 20 + 30 \cdot 10 = 1000$ км

Таким образом, минимальное расстояние будет, если построить школу в деревне С.

Задача 29. Правильный ответ: Б

Для наглядности к виду сверху допишем значения остальных двух измерений (смотри рисунок) и на каждом квадрате укажем, сколько кубиков находится в этом «столбике». После этого можем посчитать суммарное количество кубиков: $3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1 = 19$.



Задача 30. Правильный ответ: Г

Заметим, что в группе из трёх последовательно сидящих за столом людей, один может не носить шляпу, и допустима следующая рассадка НШШНШШНШШ... («Н» - нет шляпы, «Ш» - шляпа). Так как ситуация ШШШ невозможна (иначе человек в шляпе, сидящий между двумя другими, должен бы был соврать), то максимально возможное количество людей в шляпах равно 20.

Решения задач «Кенгуру-2022». 7-8 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: Б

Чтобы получить наименьшее возможное число, слева необходимо поставить карточку с числом, начинающимся с наименьшей цифры. Поэтому, самой левой карточкой будет 107. То же правило применимо и к остальным карточкам, поэтому их нужно выложить в последовательности 31, 4, 59 и 8. Получаем, что последней справа будет карточка с числом 8.

Задача 2. Правильный ответ: В

Каждая серия из двух больших и трёх маленьких прыжков в длину составляет 9 единиц, это следует из рисунка. Тогда после 9 таких серий кенгуру окажется в $9 \cdot 9 = 81$. Следующий прыжок перенесёт его в $81 + 3 = 84$. Это вариант В. Ещё один в $84 + 3 = 87$ – это значение уже больше предлагаемых вариантов. Значит, правильный ответ – В.

Задача 3. Правильный ответ: Б

Переворачивая каждый номерной знак, легко убедиться, что лишь знак Б и в прямом, и в перевёрнутом виде читается одинаково.

Задача 4. Правильный ответ: В

Обозначим размеры кирпича $4 \times a \times b$. Длину одного из рёбер получившегося куба можно вычислить: $4 \cdot b = 24$ см. Далее воспользуемся тем, что рёбра куба равны между собой, тогда получим два уравнения: $3a = 24$ и $2b = 24$. Отсюда $a = 8$, $b = 12$. То есть размер каждого кирпича $4 \times 8 \times 12$.

Задача 5. Правильный ответ: А

Из пяти вариантов только А позволяет соединить круги непрерывной линией согласно раскраске гусеницы.

Задача 6. Правильный ответ: Г

Полная сумма всех чисел $6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 = 81$, что на 36 больше, чем 45. Поэтому, нужно поставить минус у $36 : 2 = 18$. Проверим: $6 + 9 + 12 + 15 - 18 + 21 = 45$.

Задача 7. Правильный ответ: Б

Заметим, что по обе стороны от каждой тропинки должны расти три дерева. Выделяем области у каждой тропинки, где это условие не выполняется. Для тропинки, которая начинается между *B* и *C*, это область слева (назовём её *AB*, хотя она включает в себя ещё левый нижний кусочек с деревом). Для тропинки, которая начинается между *A* и *B*, это область сверху (*BCE*). И для тропинки, которая начинается между *C* и *E*, это область сверху (*ABCD*). Находим пересечение этих трёх областей – это часть *B*. Значит, здесь и следует посадить новое дерево.

Задача 8. Правильный ответ: А

Нечётными цифрами являются 1, 3, 5, 7 и 9. Первой цифрой согласно условию может быть лишь 1, а для второй и третьей цифр есть по пять вариантов. Тогда получим, что всего таких чисел будет $1 \cdot 5 \cdot 5 = 25$.

Задача 9. Правильный ответ: В

Обозначим второе число за $1XX2$ и заметим, что тогда его квадрат оканчивается на 4. Так как сумма квадратов оканчивается 9, то квадрат первого числа оканчивается на $9 - 4 = 5$. Квадрат числа оканчивается на 5, если само число оканчивается на 5. Значит, первое число – $2XX5$.

Задача 10. Правильный ответ: Д

Площадь поверхности не изменится и будет равна площади исходного куба, какой бы маленький куб не отрезали. А значит, для всех четырёх кубов потребуется одинаковое количество краски.

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 11. Правильный ответ: В

$20 - 11 = 9$ см – разница в высоте между стопками из пяти и двух тарелок соответственно. Таким образом, каждая дополнительная тарелка в стопке добавляет $9 : 3 = 3$ см высоты. Легко убедиться, что $20 + 3 \cdot 3 = 29$ см – высота стопки из восьми тарелок. Добавление девятой тарелки в стопку увеличит её высоту до $29 + 3 = 32$ см, что больше, чем расстояние между полками. Значит, уместить получится максимально стопку из 8 тарелок.

Задача 12. Правильный ответ: Г

Чтобы минимизировать сумму чисел на видимых гранях, склеим две правые и две левые кости так, чтобы грани с цифрой 6 были не видны. Это означает, что как с левой, так и с правой стороны фигуры отображается 1. Остальные значения (2, 3, 4 и 5) видны на гранях каждого из четырёх кубиков. Таким образом, минимальное количество точек на поверхности будет $4 \cdot (2 + 3 + 4 + 5) + 1 + 1 = 58$.

Задача 13. Правильный ответ: Д

Обозначим возрасты сестёр за x , y и z .

Тогда, согласно условию: $(x + y + z) : 3 = 10$, $(x + y) : 2 = 11$, $(x + z) : 2 = 12$. Или $x + y + z = 30$, $x + y = 22$, $x + z = 24$. Отсюда находим что $x = 16$, $y = 6$ и $z = 8$. Значит, старшей сестре 16 лет.

Задача 14. Правильный ответ: А

Легко убедиться, что площади двух четырёхугольников, засаженных маргаритками, равны между собой. Так как две линии проходят через точку пересечения диагоналей квадрата, проведём диагональ, которая разобьёт каждый из засаженных маргаритками четырёхугольников на два одинаковых треугольника, площадь которых равна $4 \cdot 6 : 2 = 12$. Получим, что площадь клумбы, засаженной маргаритками, равна $12 \cdot 4 = 48$ м².

Задача 15. Правильный ответ: В

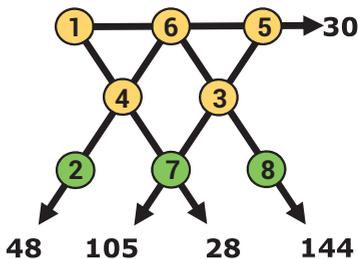
Если одни часы спешат на 1 минуту, а другие отстают на 2 минуты, то разница во времени увеличивается на 3 минуты каждый час. Таким образом, разница в 60 минут накопилась за 20 часов. За это время спешившие часы накопили 20 лишних минут, из чего находим, что Кирилл подводил часы в 12:00 минус 20 часов, минус 20 минут = 15 : 40.

Задача 16. Правильный ответ: Б

Сумма всех чисел равна $22 + 34 = 56$. Заметим, что сумма любого выбранного Витей числа x и его дополнения $(7 - x)$ равна 7. Получается, что всего было $56 : 7 = 8$ пар, и Витя выбрал 8 чисел.

Задача 17. Правильный ответ: Г

Так как числа 30 и 105 делятся на 5, то цифра 5 лежит на соответствующем пересечении линий. Аналогично находим, что 105 и 28 делятся на 7, а значит, цифра 7 лежит на пересечении их линий. Продолжая рассуждения по аналогии, заполняем все оставшиеся круги. Получаем, что в трёх нижних кругах находятся цифры 2, 7 и 8. Их сумма равна $2 + 7 + 8 = 17$.

**Задача 18.** Правильный ответ: Б

Площадь объединения фигур равна 100%. По условию площадь пересечения фигур равна 45%, а площадь части треугольника, лежащая вне круга, равна 40%. Отсюда площадь части круга, лежащей вне треугольника, равна $100 - 40 - 45 = 15\%$ от площади объединения. Найдём, сколько она составляет от площади круга. $15 : (15 + 45) = 1/4$, то есть 25%.

Задача 19. Правильный ответ: Б

Обозначим часть пути, которую Саша проехал на велосипеде, за x . Таким образом, Саша ехал $20x$ минут на велосипеде и шёл $60(1 - x)$ минут пешком. Из условия следует, что $52 = 20x + 60(1 - x)$, из чего находим, что $x = 1/5$.

Задача 20. Правильный ответ: В

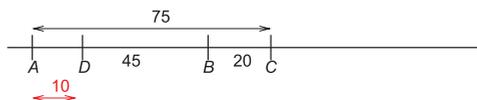
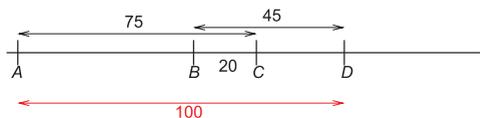
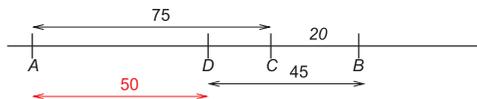
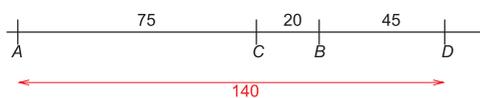
Если все четыре числа чётные, то такими же будут и их суммы. Если лишь одно число чётное, то нечётными будут 3 суммы (суммы нечётного числа с каждым из оставшихся трех чётных). Аналогично, если лишь одно из чисел будет нечётным. Наконец, если два числа нечётные, то нечётных сумм будет 4.

ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ**Задача 21.** Правильный ответ: Б

Запишем x в клетку между 2 и ? и y в клетку между 4 и 3. Заметим, что $2 + x = 4 + y$ и $x + ? = 3 + y$. Вычитая одно равенство из другого, находим, что $? = 1$.

Задача 22. Правильный ответ: В

Все возможные расположения деревьев показаны на рисунке. Видим, что единственное расстояние, которое невозможно – это 80 км.



Задача 23. Правильный ответ: Г

Обозначим ширину маленького прямоугольника за x , а его длину за y .

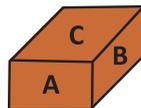
Из условия находим, что $3y = 4x$, отсюда $y = 4/3 x$. Таким образом, искомое отношение $AB : BC = 4x : (4/3 x + x) = 12/7$.

Задача 24. Правильный ответ: А

Смесь содержит лишней литр синей краски, что составляет треть от добавленных в смесь трёх литров. Поэтому оптимальным вариантом будет выбросить достаточное количество смеси, чтобы уменьшить содержание синей краски в ней на один литр, а выброшенный объём заместить жёлтой. Поскольку художнику нужно выбросить треть синей краски, ему нужно выбросить треть смеси, что составляет $5/3$ литра.

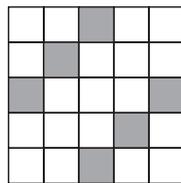
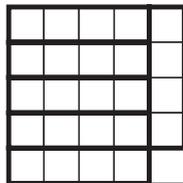
Задача 25. Правильный ответ: Г

Обозначим площади граней кирпича A , B и C . Из условия находим, что $4A + 4B + 2C = 72$, $4A + 2B + 4C = 96$ и $2A + 4B + 4C = 102$. Сложим эти три выражения и получим, что $10(A + B + C) = 270$. Тогда искомая площадь равна $2(A + B + C) = 270 : 5 = 54$.



Задача 26. Правильный ответ: Б

Так как в квадрат 5×5 можно поместить без наложений шесть прямоугольников 1×4 или 4×1 , то нужно закрасить как минимум шесть клеток – по одной в каждом прямоугольнике. Закрасив шесть клеток так, как показано на рисунке, убеждаемся, что в любом прямоугольнике 1×4 или 4×1 будет одна закрасненная клетка.



Задача 27. Правильный ответ: А

Если сегодня один из дней, когда волк говорит правду, то это должен быть четверг, так как это единственный день, когда он говорит правду и врёт накануне. Если сегодня один из дней, когда волк врёт, то это должен быть понедельник, так как это единственный день, когда он врёт и говорит правду накануне. Таким образом, из ответа волка Маугли знает, что сегодня либо четверг, либо понедельник. Рассуждая аналогично, находим из ответа пантеры, что сегодня либо четверг, либо воскресенье. Совмещая полученные результаты, делаем вывод, что сегодня четверг.

Задача 28. Правильный ответ: В

Обозначим за n количество точек, изначально отмеченных Ромой на прямой. Поставив по точке между любыми двумя отмеченными, Рома получит $(2n - 1)$ точку.

Повторив процедуру ещё раз, Рома получит $2 \cdot (2n - 1) - 1$ точку, повторив её дважды - $2 \cdot (2 \cdot (2n - 1) - 1) - 1$ и, наконец, повторив процедуру трижды, на доске будет $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot (2n - 1) - 1) - 1) - 1 = 16n - 15 = 225$ точек, из чего находим, что $n = 15$.

Задача 29. Правильный ответ: Д

Заметим что $\angle EBC = \angle ECB$, $\angle ECD = \angle DEC = 90^\circ - \angle DCE/2$, $\angle BAD = \angle ABD$ (так как $\triangle BEC$, $\triangle ADB$, $\triangle ABD$ равнобедренные).

Далее, так как $\triangle ABC$ равнобедренный, то $\angle ABC = \angle ACB$ и $\angle ABD = \angle ACE$.

Из этого следует, что $\angle BAD = \angle ABD = \angle DCE$, $\angle ADB = 180^\circ - 2\angle DCE$

и $180^\circ - 2\angle DCE + 90^\circ - \angle DCE/2 = 180^\circ$. Тогда $\angle BAC = \angle DCE = 36^\circ$.

Задача 30. Правильный ответ: Б

Пусть X, Y, Z, U, V, W и T - количество кенгуру в каждом из семи парков; x, y, z, u, v, w и t - количество коал в каждом из семи парков (таким образом, в одном парке живёт X кенгуру и x коал и так далее).

Тогда получим, что $X = y + z + u + v + w + t$, $Y = x + z + u + v + w + t$ и так далее.

Следовательно, $X + Y + Z + U + V + W + T = 6(x + y + z + u + v + w + t)$.

Так как в семи парках живут 2022 кенгуру, то $2022 = 6(x + y + z + u + v + w + t)$.

Из этого находим, что в семи парках живёт $x + y + z + u + v + w + t = 2022 : 6 = 337$ коал.

Решения задач «Кенгуру-2022». 9-11 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: Г

Для цифры 2 Лене требуется 5 спичек, а для цифры 0 – 6 спичек. Значит, для числа 2022 ей потребуется $3 \cdot 5 + 1 \cdot 6 = 21$ спичка. Тогда в коробке останется $30 - 21 = 9$ спичек.

Задача 2. Правильный ответ: А

Периметр равностороннего треугольника со стороной 12 равен 36. Периметр квадрата в четыре раза больше длины стороны x , и мы получаем $4x = 36$. Таким образом, длина стороны квадрата $36 : 4 = 9$.

Задача 3. Правильный ответ: Г

Мы имеем, что $(x + 1)(y + 1) = 77 = 11 \cdot 7$. Так как x и y натуральные, и при этом $x > y$, то получаем, что $x + 1 = 11$, $y + 1 = 7$. Тогда $x = 11 - 1 = 10$.

Задача 4. Правильный ответ: Б

Второе условие показывает, что из предложенных вариантов подходят 0 или -1 . Однако первое условие исключает 0. А для -1 оно выполняется, поэтому ответ Б.

Задача 5. Правильный ответ: Б

Если мы разрежем прямоугольник по вертикали посередине, то увидим, что 2 из 8 треугольников закрашены. Таким образом, закрашена $1/4$ часть площади прямоугольника.

Задача 6. Правильный ответ: В

На диаграмме Б время работы только одного приложения сократилось вдвое, а на диаграмме Г и Д – время трёх приложений. На диаграмме А все четыре времени уменьшены вдвое. Только диаграмма В соответствует условию.

Задача 7. Правильный ответ: В

Всего было подано $14 + 11 + 10 + 8 + 2 = 45$ голосов. Это 90% от общего числа, поэтому всего было подано 50 голосов. Это означает, что 5 голосов ещё не подсчитаны. Для каждого кандидата лучше всего, если он получит все оставшиеся голоса, и никто другой не получит ни одного голоса. Рассмотрим каждый из этих случаев:

Аня получит 19 голосов и выиграет. Голоса 19, 11, 10, 8, 2.

Боря наберёт 16 голосов и выиграет. Голоса 14, 16, 10, 8, 2.

Витя получит 15 голосов и выиграет. Голоса 14, 11, 15, 8, 2.

Галя получит 13 голосов, но не выиграет. Голоса 14, 11, 10, 13, 2.

Дима получит 7 голосов, и тоже не выиграет. Голоса 14, 11, 10, 8, 7.

Таким образом, первые трое ребят ещё могут победить, а у двух других шансов на победу уже нет. Следовательно, ответ – В.

Задача 8. Правильный ответ: Г

Площадь квадрата – это его сторона, возведённая во вторую степень. Так как к среднему квадрату с обеих сторон примыкает по два других квадрата, образуя прямоугольные треугольники, то воспользуемся теоремой Пифагора. Получим, что, с одной стороны площадь среднего квадрата равна $22 + 3$, а с другой стороны она же равна $8 + x$ (где x – площадь квадрата со знаком вопроса). Тогда $22 + 3 = 8 + x$. Отсюда $x = 25 - 8 = 17$.

Задача 9. Правильный ответ: Б

Сумма цифр числа 22 равна 4, а сумма цифр числа 20 равна 2. Посчитаем сумму цифр на всех карточках: $20 \cdot 4 + 22 \cdot 2 = 124$.

Задача 10. Правильный ответ: А

Так как покрашены только крыши, а стены и пол под зданиями не покрашены, то видим, что суммарная площадь закрашенных крыш совпадает с площадью крыши самого большого здания. Тогда площадь закрашенной поверхности будет равна $40^2 = 1600 \text{ м}^2$.

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 11. Правильный ответ: Б

Закрашенные области в самом большом правом круге точно соответствуют двум белым областям в самом большом левом круге. Следовательно, заштрихованная площадь равна площади одного из больших кругов за вычетом площади двух маленьких кружков. По картинке видим, что, если радиус маленького кружка 1 см, то радиус большого круга будет равен диаметру маленького кружка, то есть 2 см. Площадь большого круга составит 4π , площадь маленького кружка – π . Тогда закрашенная площадь равна $4\pi - 2\pi = 2\pi$.

Задача 12. Правильный ответ: Г

Если мы пронумеруем внешние шестиугольники от 1 до 6 против часовой стрелки, то станет ясно, что Алиса может проходить их только в их соответствующем порядке. А центральный шестиугольник она может пройти только между одной парой соседних внешних шестиугольников. Так как есть пять пар соседних внешних шестиугольников, то существует пять различных возможных маршрутов.

Задача 13. Правильный ответ: Г

Предположим, что возраст самого старшего брата равен a . Тогда остальные пять братьев ответят: « a », а старший брат ответит: « $a - 1$ ». Таким образом, сумма их шести ответов равна $5a + (a - 1) = 6a - 1$. Она должна быть на единицу меньше, чем кратное 6. Среди предложенных вариантов есть единственное число, которое на 1 меньше, чем кратное 6, это 205.

Задача 14. Правильный ответ: Д

Бабушке может быть $77 = 75 + 2 = 78 - 1 = 81 - 4$ или $79 = 75 + 4 = 78 + 1 = 81 - 2$ года. Так что возраст точно определить нельзя.

Задача 15. Правильный ответ: А

Обозначим короткую сторону маленького прямоугольника a , а длинную b . Тогда длина стороны DC большого прямоугольника равна $3b = 3a + b$. Отсюда $b = 1,5a$.

Ищем соотношение $\frac{AD}{DC} = \frac{2b + a}{3b} = \frac{4a}{4,5a} = \frac{8}{9}$.

Задача 16. Правильный ответ: А

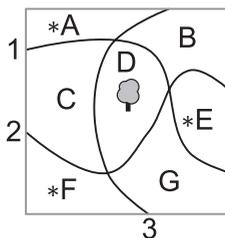
Кролик преодолел всё расстояние за $550 : 10 = 55$ секунд. Обозначим за x расстояние (в метрах), которое пробежит ёж до встречи. Таким образом, $x : 1 = (550 - x) : 10$. Отсюда следует, что $x = 50$ м. Время бега ежа $2x : 1 = 2 \cdot 50 : 1 = 100$ секунд. Ёж достиг финиша через $100 - 55 = 45$ секунд после кролика.

Задача 17. Правильный ответ: Д

Поскольку W – центр квадрата, то длина UW равна $1/2$. Квадрат разделён на три области равной площади, а длина стороны квадрата равна 1, тогда площадь каждой области равна $1/3$. Пусть длина SV – y . Следовательно, $1/2 \cdot (y + 1/2) \cdot 1/2 = 1/3$. Таким образом, $y + 1/2 = 4/3$. Отсюда $y = 5/6$.

Задача 18. Правильный ответ: В

Рассмотрим каждую из тропинок. Если взять тропинку 1, то хотя бы одно дерево должно быть посажено на одной из полян А, В или Е. Если взять тропинку 2, то хотя бы одно дерево должно быть посажено на одной из полян F, G или Е. Если взять тропинку 3, то хотя бы одно дерево должно быть посажено на одной из полян А, С и F. Но три вышеупомянутые тройки не имеют общей площади. Таким образом, необходимо посадить как минимум 3 дерева (поскольку общее количество деревьев должно быть четным). Если посадить деревья на полянах, обозначенных звездочками, для каждой тропинки количество деревьев с обеих сторон будет одинаковое.



Задача 19. Правильный ответ: Б

3 кольца на безымянном пальце должны быть сняты в определённом порядке. Остальные 2 кольца можно снять в любой момент. Таким образом, количество способов равно $5! : 3! = 5 \cdot 4 = 20$.

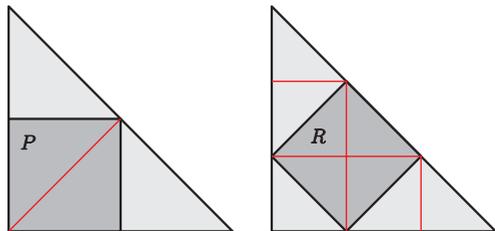
Задача 20. Правильный ответ: Г

Обозначим сторону маленького треугольника за x . Сопоставляя размеры треугольников на рисунке, заметим, что стороны остальных восьми треугольников равны $2x$, $2x$, $3x$, $4x$, $5x$, $7x$, $9x$ и $12x$ соответственно. Получаем, что периметр наибольшего треугольника в 12 раз больше периметра наименьшего, а значит, его площадь в 144 раза больше (квадрат коэффициента подобия). Так как площадь наименьшего треугольника равна $1/3$, получаем ответ $144/3 = 48$.

ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 21. Правильный ответ: Б

Разобьём квадрат P на два треугольника по его диагонали, а квадрат R на четыре треугольника по двум диагоналям. После разделения квадрата P исходный (большой) треугольник будет состоять из 4 маленьких треугольников, поэтому площадь большого треугольника будет равна двум площадям квадрата P . $45 \cdot 2 = 90$. После разбиения квадрата R увидим, что исходный (большой) треугольник будет состоять из 9 маленьких треугольников (два больших треугольника также можно разделить на два меньших по высоте). Отсюда площадь маленького треугольника будет равна $90 : 9 = 10$, а площадь квадрата R будет быть равна $10 \cdot 4 = 40$.



Задача 22. Правильный ответ: Б

Восемь команд, играя друг с другом только по одному разу, суммарно сыграют 28 матчей. Минимальная сумма очков для всех команд будет в том случае, если все игры закончатся вничью (то есть каждая из команд заработает по 1 очку за игру), и составляет $28 \cdot 2 = 56$ очков. Каждый матч, в котором есть команда-победитель, добавляет 1 очко к этой сумме. Таким образом, $61 - 56 = 5$ очков сверх минимума означает, что только в 5 играх была команда-победитель. Чтобы получить наибольшее возможное в этой ситуации количество очков, команда-победитель должна быть одной и той же во всех выигранных матчах. Тогда она выиграла бы 5 игр и 2 сыграла вничью и набрала бы $5 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 17$ очков.

Задача 23. Правильный ответ: Г

Заметим что каждый чин (офицеры, матросы, юнги) получал на 5 серебряных монет больше, чем золотых. Таким образом, если есть N пиратов, избыток серебра по отношению к золоту составляет $5N = 600 - 200$, то есть $N = 80$.

Задача 24. Правильный ответ: Д

Покажем, что единственный возможный вариант - это по 8 символов каждого типа. В каждой вершине куба соседствуют три квадрата, каждый из которых имеет общую сторону с двумя другими. Из этого заключаем, что в каждой вершине куба расположены три различных символа. Так как вершин у куба 8, получаем, что всего будет по 8 символов каждого типа. Если хотя бы один из символов встречается 9 раз, то в одной из вершин куба условие задачи будет нарушено.

Задача 25. Правильный ответ: В

Ясно, что Оля не может быть позитивистом, потому что тогда её ответ привел бы к противоречию. Значит, Оля - негативист. Но если ответ «Нет», и мы знаем, что она негативист, значит они оба не могут быть негативистами. Тогда Коля должен быть позитивистом. Это ответ В.

Задача 26. Правильный ответ: В

Общий вес равен $1 + 2 + \dots + 12 = 78$ кг, значит третья группа весит $78 - 41 - 26 = 11$ кг. Так как четыре наименьших гири в сумме дают $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ кг, то единственный вариант, которым четыре гири в сумме дадут 11, это случай $1 + 2 + 3 + 5 = 11$ кг. Также обратим внимание, что четыре самых тяжёлых гири в сумме дают $12 + 11 + 10 + 9 = 42$ кг, и единственный вариант, при котором четыре гири в сумме дадут 41, это случай $12 + 11 + 10 + 8 = 41$ кг. Таким образом, находим, как гири поделены на три группы: первая – 1, 2, 3, 5, вторая – 8, 10, 11, 12 и третья – 4, 6, 7, 9. Из приведенных ответов только гири весом 7 кг находится в той же группе, что и гири весом 9 кг.

Задача 27. Правильный ответ: Д

Треугольник FBD прямоугольный, так как FB и BD – диагонали. Его площадь равна $1/2 \cdot 7 \cdot 10 = 35$ см². Точка P является серединой BD , поэтому FP является медианой треугольника FBD . Известно, что медиана делит площадь треугольника пополам. Следовательно, площадь треугольника FPD равна $1/2$ площади FBD . $35 : 2 = 17,5$ см².

Задача 28. Правильный ответ: Г

Чтобы произведение было равно 20, N может состоять только из цифр 1, 2, 4, 5. Следовательно, в числе $(N + 1)$ не может быть цифры 7, поэтому произведение её цифр не может быть равно 35. Проверим остальные варианты. 24 можно получить, когда $N = 45$, а $N + 1 = 46$. 25 можно получить, когда $N = 54$, а $N + 1 = 55$. 30 можно получить, когда $N = 2512$, а $N + 1 = 2513$. И 40 можно получить, когда $N = 2251$, а $N + 1 = 2252$. Отсюда ответ – Г.

Задача 29. Правильный ответ: А

Предположим, что Ra, Rb, Rc, Rd, Re – радиусы окружностей в центрах с точками A, B, C, D, E соответственно. Тогда $Ra + Rb = 16$ см, $Rb + Rc = 14$ см, $Rc + Rd = 17$ см, $Rd + Re = 13$ см, $Re + Ra = 14$ см. Отсюда $2(Ra + Rb + Rc + Rd + Re) = 74$ и $Ra + Rb + Rc + Rd + Re = 37$. Вычислим радиусы окружностей:

$$Ra = (Ra + Rb + Rc + Rd + Re) - (Rb + Rc) - (Rd + Re) = 37 - 14 - 13 = 10 \text{ см}$$

$$Rb = (Ra + Rb + Rc + Rd + Re) - (Ra + Re) - (Rc + Rd) = 37 - 14 - 17 = 6 \text{ см}$$

$$Rc = (Ra + Rb + Rc + Rd + Re) - (Ra + Rb) - (Rd + Re) = 37 - 16 - 13 = 8 \text{ см}$$

$$Rd = (Ra + Rb + Rc + Rd + Re) - (Ra + Re) - (Rb + Rc) = 37 - 14 - 14 = 9 \text{ см}$$

$$Re = (Ra + Rb + Rc + Rd + Re) - (Ra + Rb) - (Rc + Rd) = 37 - 16 - 17 = 4 \text{ см}$$

Следовательно, окружность с центром в точке A имеет наибольший радиус (10 см).

Задача 30. Правильный ответ: В

Рассмотрим сечение куба, параллельное его граням и проходящее через центры четырёх отверстий. Воспользовавшись тем, что точка касания двух окружностей лежит на линии, соединяющей их центры, найдём диаметр каждого из отверстий как гипотенузу равнобедренного прямоугольного треугольника со стороной 1 по теореме Пифагора:

$$2r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}.$$