

Решения задач «Кенгуру-2023». 1-2 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: Г

Посчитаем круги на рисунке. На нём изображено три внешних круга, по одному кругу внутри «ушей», и три круга внутри «головы» – итого 8 кругов.

Задача 2. Правильный ответ: Б

В верхнем ряду слева красный кубик, а справа синий. Посередине в верхнем ряду кубика нет, поэтому при взгляде сверху мы увидим кубик нижнего ряда. Он жёлтый. Поэтому глядя на фигуру сверху, мы увидим (слева направо): красный, жёлтый, синий кубики.

Задача 3. Правильный ответ: А

Заметим, что в каждой вазе есть шары с номерами 9, 7 и 4. Значит, сумма зависит только от чисел, написанных на оставшихся шарах. Самым большим среди них является 8, которое написано на шаре в вазе А.

Задача 4. Правильный ответ: А

Фигурка кенгуру состоит из 5 треугольников и 1 квадрата. Значит, Миша не использовал кусочек А.

Задача 5. Правильный ответ: Д

На кораблике нарисовано больше одного круга, значит ответ В не подходит. Треугольников должно быть на два больше, чем квадратов. Этому условию удовлетворяет только кораблик Д. На нём 2 квадрата и 4 треугольника. $4 - 2 = 2$.

Задача 6. Правильный ответ: Б

Проверим поочередно каждый из ответов. Все они кроме варианта Б являются отражением друг друга относительно пунктирной линии.

Задача 7. Правильный ответ: В

На торте 7 больших и 6 маленьких свечек. Тогда получаем, что дедушке $7 \cdot 10 + 6 \cdot 1 = 76$ лет.

Задача 8. Правильный ответ: Г

Водитель останавливается каждый раз, когда достигает перекрёстка, а затем продолжает движение прямо. Получается, что все перекрёстки он пересечёт по 2 раза. Тогда всего он остановится $7 \cdot 2 = 14$ раз.

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 9. Правильный ответ: Г

Из точек А, Б, В и Д можно видеть больше, чем два дерева. И только из точки Г видно ровно два дерева, которые загораживают все остальные деревья.

Задача 10. Правильный ответ: В

Чтобы узнать числа, которые должны стоять на месте знаков вопроса, решим пример.
 $18 - 10 - 2 = 6$. Тогда $6 : 2 = 3$.

Задача 11. Правильный ответ: В

Отметим строки и столбцы, которые Люся закрасила (смотри рисунок), а затем посчитаем количество незакрашенных ячеек. Их будет 12.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					

Задача 12. Правильный ответ: Б

После того как лист развернут обратно, два квадратных отверстия должны оказаться ближе друг к другу, чем два круглых отверстия. А также правая и левая часть листа должны быть симметричны относительно пунктирной линии. Этим условиям удовлетворяет только вариант Б.

Задача 13. Правильный ответ: Б

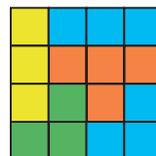
С 9 до 10 часов прошёл 1 час, значит улитке осталось ползти 2 часа. Так как пошёл дождь, улитка стала ползти в 2 раза быстрее, и вместо 2 часов она потратит на оставшуюся дорогу 1 час. Всего она потратит на дорогу $1 + 1 = 2$ часа. Если она вышла из дома в 9, то через два часа, когда она окажется у подруги, будет 11 часов.

Задача 14. Правильный ответ: Г

Посчитаем, сколько раз в данной фигуре кубики соприкасаются друг с другом. Получим 11 раз. Значит, для того чтобы склеить эту фигуру, требуется 11 капель клея.

Задача 15. Правильный ответ: А

Попробуем подобрать кусочки, с помощью которых получится закончить пазл. Видим, что подходит только набор А (смотри рисунок).



Задача 16. Правильный ответ: А

Конструкция имеет синее прямоугольное основание. Значит, варианты Б и Д не подходят. Слева на виде сверху находится желтый круг. Значит, это не может быть куб, и значит, вариант Г тоже не подходит. Справа на виде сверху красный круг и поверх него серый квадрат. Тогда вариант В тоже не подходит. Таким образом, остается вариант А. Проверяем и видим, что сверху он действительно даёт изображение, приведённое в задании.

ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 17. Правильный ответ: А

Рассмотрим по одному треугольнику из всех пяти фигур и сравним их с треугольником Егора. Тогда увидим, что только фигура А составлена из таких же треугольников, как у него.

Задача 18. Правильный ответ: В

Ване меньше всего лет, значит его торт со свечкой 4. Лена на два года старше Ксюши и на год младше Антона. Значит Антону 8, Лене $8 - 1 = 7$ лет, Ксюше $7 - 2 = 5$ лет. Остаётся торт со свечкой 6. Это и есть торт для Светы.

Задача 19. Правильный ответ: Г

Аня выступала третьей, поэтому в конкурсе участвуют как минимум 3 танцора, включая её. После Ани выступили ещё 3 танцора и танцор, который выступал последним. Таким образом, всего в конкурсе участвовало $3 + 3 + 1 = 7$ танцоров.

Задача 20. Правильный ответ: А

Весь круг, который составляют дороги, это $7 + 2 + 6 + 4 + 5 = 24$ км. Тогда, если два расстояния равны, каждое должно быть 12 км. Ищем деревни, которые находятся на расстоянии 12 км. Начать можем по часовой стрелке от деревни А. От А до Б 7 км, до В $7 + 2 = 9$ км, до Г $7 + 2 + 6 = 15$ км. Это уже слишком много, поэтому дальше не считаем. Итак, А не является одной из деревень. Попробуем Б. От Б до В 2, до Г $2 + 6 = 8$ км, до Д $2 + 6 + 4 = 12$ км. Это нам подходит. Второе расстояние от Б до Д $7 + 5 = 12$ км. Можно также проверить, что другие случаи, например, из В или Г, не дают нам расстояния 12 км до какой-либо деревни. Поэтому ответ: Б и Д.

Задача 21. Правильный ответ: Д

Посчитаем сумму чисел, оказавшихся под каждой из фигур.

Для варианта А: $7 + 4 + 3 + 8 + 2 = 24$, для варианта Б: $7 + 4 + 5 + 8 + 2 = 26$,

для варианта В: $6 + 5 + 8 + 9 + 4 = 32$, для варианта Г: $1 + 6 + 5 + 8 + 3 = 23$,

для варианта Д: $6 + 7 + 9 + 5 + 8 = 35$.

Среди пяти сумм 35 – наибольшая.

Задача 22. Правильный ответ: Б

В каждую из 9 ночей одна лягушка пела, две другие слушали. Первая лягушка пела 2 раза, а вторая лягушка слушала 5 раз. Это означает, что третья лягушка пела $5 - 2 = 3$ раза. И значит, она послушала $9 - 3 = 6$ раз.

Задача 23. Правильный ответ: В

С цифрами 1, 1, 2 и 3 можно составить следующие выражения: $11 - 2 = 9$, $11 - 3 = 8$, $12 - 1 = 11$, $12 - 3 = 9$, $13 - 1 = 12$, $13 - 2 = 11$, $21 - 1 = 20$, $21 - 3 = 18$, $23 - 1 = 22$, $31 - 1 = 30$, $31 - 2 = 29$, $32 - 1 = 31$. Итого 12 выражений, но среди них есть только 10 различных значений разности.

Задача 24. Правильный ответ: В

Посмотрим на плане, когда светят три прожектора одновременно. Это происходит в течение 8-й минуты и в течение 12-й и 13-й минут. Всего 3 минуты.

Решения задач «Кенгуру-2023». 3-4 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: Г

Так как все свечи изначально одинаковые, то свеча, которую потушили первой, сгорит меньше всего. Это свеча D.

Задача 2. Правильный ответ: В

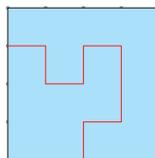
Чтобы узнать числа, которые должны стоять на месте знаков вопроса, решим пример: $51 - 20 - 10 - 10 - 1 = 10$. Тогда $10 : 2 = 5$.

Задача 3. Правильный ответ: Б

Отверстия на круге расположены так, что одно из них показывает на 4 часа больше, чем другое. Такая разница имеется только в ответе Б.

Задача 4. Правильный ответ: В

Перебираем кусочки попарно, пока не получим полный квадрат. Видим, что это возможно только с кусочками 1 и 4.

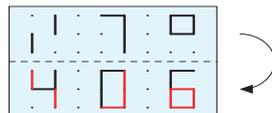


Задача 5. Правильный ответ: В

Посмотрим, когда светят ровно два прожектора одновременно. Это происходит на 2-й минуте (синий и зеленый), на 4-й и 5-й минутах (желтый и зеленый), на 6-й минуте (желтый и синий), на 7-й минуте (синий и зеленый), на 9-й минуте (желтый и зеленый), на 11-й и 12-й минутах (желтый и синий). Тогда получим $1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2 = 8$ минут.

Задача 6. Правильный ответ: Д

Нарисуем, как наложатся линии, если сложить плёнку. Получим изображение Д.



Задача 7. Правильный ответ: В

Для простоты описания назовём диски А, В, С и D согласно уменьшению их размера (А – самый большой, D – самый маленький). Тогда Аня может построить следующие башни из трёх дисков: ABC, ABD, ACD, BCD. Всего 4 разных варианта.

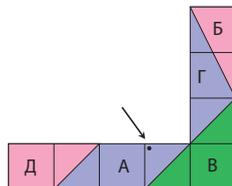
Задача 8. Правильный ответ: Д

Дима может получить фигуру А, приклеив серую деталь поверх чёрной, а затем белую поверх серой. Может получить фигуру Б, приклеив белую деталь поверх чёрной, а затем серую поверх чёрной и белой. Может получить фигуру В, приклеив белую и серую детали поверх чёрной. Также он может получить фигуру Г, наклеив серую деталь на чёрную, а затем белую поверх серой и чёрной. Однако получить композицию Д невозможно, так как серая часть данной фигуры имеет форму разделённого пополам исходного серого кусочка бумаги.

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 9. Правильный ответ: А

Во-первых, заметим, что кусочек В – единственный вариант для размещения в углу фигуры. Теперь в горизонтальной части осталось заполнить 3 с половиной квадратика, а в вертикальной – 2 с половиной квадратика. Кусочки А и Д составят горизонтальную часть, а кусочки Б и Г – вертикальную часть. Таким образом, увидим, что элемент, содержащий точку – это А.



Задача 10. Правильный ответ: А

Гири весом 5 и 6 кг уже используются при взвешивании. Если мы не используем гири в 2 или 4 кг, суммарный вес оставшихся гирь будет выражаться нечетным числом (19 и 17 кг соответственно). В этом случае нельзя поделить гири так, чтобы весы пришли в равновесие. Остаются гири в 1 и 3 кг. Проверим их. Без гири в 1 кг суммарный вес гирь составит $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$ кг. Значит, на каждой чаше весов должно быть по 10 кг. Это возможно, если на одну поместить $5 + 3 + 2$, а на другую $4 + 6$. Это соответствует схеме на рисунке. Без гири в 3 кг суммарный вес гирь составит $1 + 2 + 4 + 5 + 6 = 18$ кг. Значит, на каждой чаше весов должно быть по 9 кг. Это возможно, если на одну поместить $5 + 4$, а на другую $6 + 2 + 1$. Но это не соответствует схеме на рисунке.

Задача 11. Правильный ответ: Д

Посмотрим, какие длины Юра мог бы измерить каждой из линейек. Все линейки длиной 60 см, значит 60 см можно измерить любой из них. Проверим остальные длины. Линейкой А можно измерить 10 и 30 см, а также 20 см (расстояние между отметками 10 и 30). Линейкой Б можно измерить только 20 и 40 см. Линейкой В – 30 и 50 см, а также 10 см (расстояние от отметки 50 до конца линейки) и 20 см (расстояние между отметками 30 и 50). Линейкой Г – 10 и 20 см, а также 50 см (расстояние от отметки 10 до конца линейки) и 40 см (расстояние от отметки 20 до конца линейки). И наконец линейкой Д – 10 и 40 см, а также 20 см (расстояние от отметки 40 до конца линейки), 30 см (расстояние между отметками 10 и 40) и 50 см (расстояние от отметки 10 до конца линейки). Таким образом, получаем, что у Юры имеется линейка Д.

Задача 12. Правильный ответ: Г

Если бы в каждой машине было по 2 человека, то всего в 8 машинах было бы $8 \cdot 2 = 16$ человек. Но по условию их 19. $19 - 16 = 3$ – в стольких машинах находится по 3 человека. Тогда два человека находится в $8 - 3 = 5$ машинах.

Задача 13. Правильный ответ: А

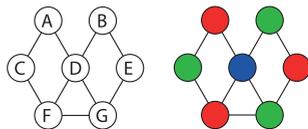
Всего домов $7 + 5 = 12$, так как все они расположены по две стороны дороги А. Тогда западнее дороги В расположено $12 - 8 = 4$ дома.

Задача 14. Правильный ответ: Г

Через 10, 20, ... 90 остановок поезд окажется точно в том же положении и направлении, как в начале пути (то есть на станции В) и будет двигаться в сторону станции С. Поэтому достаточно вычислить его местоположение через $96 - 90 = 6$ остановок. Через 4 остановки поезд достигнет станции F и развернется, чтобы двигаться в обратном направлении. И еще через 2 остановки он окажется на станции D.

Задача 15. Правильный ответ: Б

Обозначим кружки буквами для простоты описания решения. Начнём с круга D, так как он соединён с максимальным количеством других кружков. Закрасим его в один цвет (на рисунке это синий). Затем переходим к кружку A, его закрасим в другой цвет (на рисунке это красный). Следующий кружок C. Он соприкасается с A и D, поэтому его необходимо раскрасить в третий цвет (зелёный). Кружок F соприкасается с C и D, но не соприкасается с A, значит его можно раскрасить тем же цветом, что и A. Аналогично подбираем цвета для G, E и B. И видим, что достаточно трёх разных цветов.



Задача 16. Правильный ответ: А

Подарок от Никиты не содержит красного цвета. Такой только один – это подарок В. Подарок от Коли перевязан не красной ленточкой – это либо В, либо Г. Но так как В – подарок от Никиты, то от Коли подарок Г. Подарок от Миши упакован в полосатую коробку – это либо Г, либо Д. Но так как подарок Г от Коли, то от Миши подарок Д. Подарок от Вали упакован в квадратную коробку с рисунком – это либо Б, либо Г. Но подарок Г – от Коли, значит от Вали подарок Б. И тогда остается, что Ира подарила подарок А. Он действительно перевязан красной ленточкой.

ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 17. Правильный ответ: В

Если на месте 1 – кенгуру, то 2 и 3 – бобры. Но если 2 и 3 – бобры, то на 4 – кенгуру. Точно так же получаем, что тогда 5 и 6 – бобры, а 7 – кенгуру. Это невозможно, так как у нас всего два кенгуру. По этой же причине кенгуру не может стоять на 2-м месте. Если же кенгуру стоит на 3-м месте, получим, что на местах 3 и 6 находятся кенгуру, а на остальных – бобры. Среди вариантов «место 3» и «место 6» в ответах есть только «место 3» – это ответ В.

Задача 18. Правильный ответ: Б

Если Гермiona заходит второй, тогда Гарри должен быть третьим, а Рон первым. Если Гермiona заходит третьей, Гарри должен быть первым, а Рон вторым. Следовательно, возможны только два варианта.

Задача 19. Правильный ответ: Б

Всего у Кати и Лёши 18 шариков: 8 красных и 10 синих. Из 9 шариков у Кати синих в 2 раза больше, чем красных – это возможно только в том случае, если у нее 6 синих и 3 красных шарика. Тогда у Лёши будет $10 - 6 = 4$ синих шарика.

Задача 20. Правильный ответ: Б

Уголок, который отрезают – это центр исходного листа. Тогда после разворачивания отверстие будет в центре. Никаких других надразов Регина не делает, значит, кроме центрального отверстия никаких других отверстий на листе не будет. Таким образом,

мы выбираем только между вариантами А и Б. Срез сделан под углом, и отрезан треугольник. Значит, после разворачивания получится отверстие в виде ромба. Это вариант Б.

Задача 21. Правильный ответ: Г

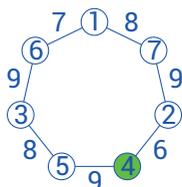
Если одни часы показывают правильное время, одни на час спешат, а другие на час отстают, значит трое часов должны показывать время с разницей в 1 час. Часы в мастерской показывают 6, 2, 4, 3 и 7 часов. Единственный подходящий под условие набор – это 2, 3 и 4 часа. Значит, верное время – 3 часа – показывают часы D.

Задача 22. Правильный ответ: Б

После трёх аппаратов мы видим цветок, который один раз повернут на 90 градусов по часовой стрелке, значит два аппарата «печать» и «поворот» должны идти друг за другом. Квадратик в углу листа повернут на 90 градусов дважды, значит, аппарат «поворот» должен присутствовать в цепочке два раза. По отношению к цветку квадратик находится в такой позиции, что мы можем сказать, что печать цветка произошла после того, как лист был повернут один раз. Значит, аппараты стоят в следующей последовательности: поворот (1) – печать (2) – поворот (1).

Задача 23. Правильный ответ: Г

Обратим внимание, что число 1 не может стоять в круге, соединенным ребром, на котором написано число 9, так как $9 - 1 = 8$, а Вася вписывает цифры от 1 до 7. Единственная позиция, куда можно поставить 1 – это самый верхний круг. Все последующие цифры, расположенные в кругах, вычисляются путем вычитания числа на ребре и предыдущей найденной цифры в круге. $8 - 1 = 7$, $9 - 7 = 2$ и т.д. Таким образом находим, что в закрасненном круге находится число 4.



Задача 24. Правильный ответ: Д

Во всех ответах есть три закрасненные ячейки, общие для всех ответов. Далее, опираясь на расположение оставшихся двух закрасненных ячеек в каждом предложенном варианте, найдём тот, который отличается от остальных ровно на одну ячейку. Это вариант Д.

Решения задач «Кенгуру-2023». 5-6 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: В

Как видим, числа в следующей строке на 8 больше, чем стоящие над ними числа в предыдущей строке. Исходя из этого условия, подбираем подходящий кусочек. Подходит только ответ В ($20 - 12 = 8$, $29 - 21 = 8$), так как на других кусочках хотя бы одна из разностей не равна 8.

Задача 2. Правильный ответ: Г

Начнем проверку с самого большого из представленных чисел: 800. Чтобы составить его, потребуется 19 спичек. Следующее число – 711. Чтобы составить его, потребуется 7 спичек. Значит, это и есть ответ на задание.

Задача 3. Правильный ответ: Б

Видим, что когда мы склеим кубик, два кенгуру на желтом фоне и кенгуру на синем фоне окажутся по бокам (если принять центральный зелёный квадрат за верх получившегося кубика). Таким образом, ответ А не подходит. Также заметим, что над головой и под ногами кенгуру на синем фоне расположены зеленые грани. Таким образом, исключаем и ответы В и Д. Теперь обратим внимание на расположение двух кенгуру на желтом фоне. При склеивании один из них окажется над головой другого. Тогда можем исключить и ответ Г. Остается ответ Б. Проверим его и увидим, что он действительно соответствует развертке.

Задача 4. Правильный ответ: Г

Альпинист взбирается с самого нижнего до самого верхнего этажа башни включительно и делает по одному шагу на каждом этаже. Посчитаем общее количество этажей – их 21. Значит, не видны $21 - 9 = 12$ шагов.

Задача 5. Правильный ответ: Б

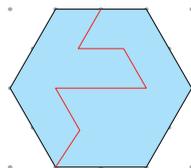
Для простоты описания назовем диски А, В, С, D и Е согласно уменьшению их размера (А – самый большой, Е – самый маленький). Тогда Саша может построить следующие башни из четырёх дисков: ABCD, ABCE, ABDE, ACDE, BCDE. Всего 5 разных вариантов.

Задача 6. Правильный ответ: Г

Лента Р расположена поверх М и Q. Лента Q расположена поверх М и N. А лента М расположена поверх N. Следовательно, N завязали первой, за ней М, потом Q, и последней завязали Р.

Задача 7. Правильный ответ: Б

Перебираем кусочки попарно, пока не получим полный шестиугольник. Видим, что это возможно только с кусочками 1 и 3.



Задача 8. Правильный ответ: В

Отверстия на круге расположены с разницей в 4 и 2 часа соответственно. Такая разница имеется только в ответе В.

Задача 9. Правильный ответ: В

Вова может получить фигуру А, приклеив серую деталь поверх чёрного круга, а затем приклеив по бокам две белых детали одну напротив другой. Может получить фигуру Б, также приклеив серую деталь поверх круга, а затем приклеив по бокам две белых детали. Может получить фигуру Г, приклеив поверх круга сначала одну белую деталь, затем поверх нее серую, и затем поверх вторую белую деталь. Также он может получить фигуру Д, наклеив серую деталь на чёрную, а затем белые поверх каждой из них. Однако получить композицию В невозможно, так как серая часть данной фигуры имеет форму разделённого на части исходного серого кусочка бумаги.

Задача 10. Правильный ответ: В

Если бы в каждом доме жило по 3 человека, то всего в 7 домах жило бы $7 \cdot 3 = 21$ человек. Но по условию их 25. $25 - 21 = 4$ – в стольких домах живут 4 человека. Тогда 3 человека живут в $7 - 4 = 3$ домах.

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 11. Правильный ответ: В

Меня первую цифру, заключаем, что $\blacklozenge = 9$, $\blacktriangle = 0$, $\blacksquare = 1$. Тогда первое число – это 19, а $\heartsuit = 2$. Значит, следующее число, которое нужно записать – это 22, то есть $\heartsuit\heartsuit$.

Задача 12. Правильный ответ: В

Периметр самого маленького квадрата 80. Вычислим длину его стороны: $80 : 4 = 20$ мм. В нижнем ряду заметим, что высота средней плитки равна высоте двух маленьких плиток. Тогда длина стороны средней плитки $20 + 20 = 40$ мм. В верхнем ряду заметим, что высота самой большой плитки равна высоте трёх маленьких плиток. Тогда длина стороны большой плитки $20 + 20 + 20 = 60$ мм.

Тогда длина ужа $20 \cdot 3 + 60 \cdot 2 + 40 \cdot 5 + 20 \cdot 2 = 420$ мм.

Задача 13. Правильный ответ: Г

Когда Аня посмотрела в зеркало, на часах было 21:51. Через 30 минут на часах будет 22:21. В зеркальном отражении это ответ Г.

Задача 14. Правильный ответ: Б

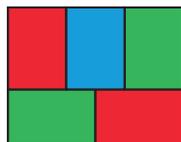
Если Рома говорит правду, то Петя лжёт, и наоборот. Поскольку только один ребенок говорит правду, значит, это либо Петя, либо Рома, и, следовательно, Маша и Таня лгут. Это означает, что Таня разбила окно. При этом Рома – тот, кто сказал правду.

Задача 15. Правильный ответ: В

Начать имеет смысл с произведения 15. Оно получается только в случае, если его множители – 3 и 5. Одно из них входит в произведение 42, и это не может быть 5, так как 42 на 5 не делится нацело. Значит, слева пишем 5, и тогда самое крайнее правое число $30 : 5 = 6$. Справа пишем 3, и тогда следующие два числа $42 : 3 = 14$ и $28 : 14 = 2$. Посчитаем сумму чисел в клетках: $6 + 5 + 3 + 14 + 2 = 30$.

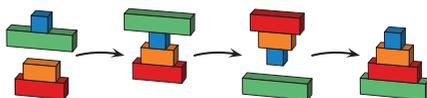
Задача 16. Правильный ответ: Г

Покрасим верхний левый прямоугольник в цвет 1. Тогда есть два варианта цветов (цвет 2 или цвет 3) для второго прямоугольника в верхнем ряду. Основываясь на этих двух вариантах можно раскрасить остальную часть фигуры. Если мы выбираем для него цвет 2, то нижний левый прямоугольник должен быть покрашен в цвет 3, нижний правый – в цвет 1, а верхний правый должен быть того же цвета, что и нижний левый. Если выбираем для центрального верхнего прямоугольника цвет 3, то нижний левый и верхний правый прямоугольники должны быть покрашены в цвет 2, а нижний правый – в цвет 1. Аналогично по два варианта раскраски мы имеем, если покрасим верхний левый прямоугольник в цвет 2 или 3. Таким образом, общее количество вариантов равно $3 \cdot 2 = 6$.



Задача 17. Правильный ответ: Б

Получить такую башню можно за три шага. Сначала нужно переставить два верхних бруска. Затем переставить все четыре (тогда башня просто перевернется вверх ногами). И на последнем шаге переставить три верхних бруска.



Задача 18. Правильный ответ: Д

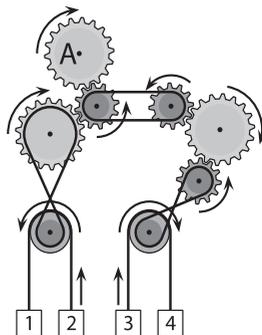
Бобру и кенгуру нужно совершить по 11 прыжков, чтобы добраться до точки «Финиш». Кенгуру при этом пройдет полтора круга. А заяц вообще никогда не сможет попасть на эту точку, так как она лежит на расстоянии нечётного количества точек от «Старта».

Задача 19. Правильный ответ: А

Посчитаем суммы чисел в серых и белых клетках. В серых клетках: $1 + 2 + 7 + 4 + 6 = 20$, в белых клетках: $3 + 5 + 13 + 8 + 11 = 40$. Если мы хотим, чтобы суммы были одинаковыми, каждая сумма должна быть равна $(20 + 40) : 2 = 30$. Таким образом, мы должны увеличить сумму в серых клетках на 10, и в то же время уменьшить сумму в белых клетках на 10. То есть нужно найти пару чисел, которые отличаются на 10. Отличаются друг от друга на 10 только 1 и 11. Таким образом, чтобы выполнялось условие равенства сумм, необходимо поменять их местами.

Задача 20. Правильный ответ: Б

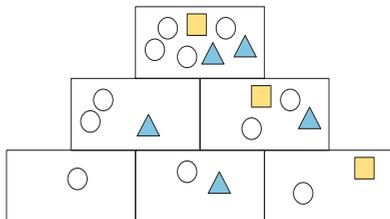
Если шестерёнка А вращается по часовой стрелке, тогда маленькая шестерёнка под ней будет вращаться против часовой стрелки, серая шестерёнка слева – по часовой стрелке, и левое нижнее колесо – против часовой стрелки. Тогда груз 1 будет опускаться, а груз 2 подниматься. В правой части при этом будет происходить следующее: маленькая шестерёнка под А вращается против часовой стрелки, тогда шестерёнка справа, соединенная с ней, будет вращаться также против часовой стрелки, тогда серая шестерёнка справа будет вращаться по часовой стрелке, маленькая шестерёнка под ней – против часовой стрелки, и правое нижнее колесо – по часовой стрелке. Тогда груз 3 будет подниматься, а груз 4 опускаться. Таким образом, получаем, что подниматься будут ящики 2 и 3.



ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 21. Правильный ответ: Г

В левой ячейке среднего ряда должны быть один круг и фигуры из центральной ячейки нижнего ряда. В правой ячейке среднего ряда должны быть один круг, один квадрат и фигуры из центральной ячейки нижнего ряда. Следовательно, в верхней ячейке окажутся два круга, один квадрат и удвоенное количество фигур из центральной ячейки нижнего ряда. Следовательно, в искомой ячейке должны быть один круг и один треугольник.



Задача 22. Правильный ответ: Б

После работы четырёх аппаратов мы видим, что лист бумаги повернут трижды и имеет напечатанный рисунок. Значит, среди четырёх аппаратов три – поворот и один – печать. Заметим, что изображение повернуто дважды, а квадратик в углу соответствует тому, как если бы рисунок был нанесён после одного поворота. Значит, аппараты стоят в следующей последовательности: поворот (1) – печать (2) – поворот (1) – поворот (1).

Задача 23. Правильный ответ: В

Наибольший общий делитель 24, 30, 66 равен 6.

Таким образом, потребуется $120 : 6 + 1 = 21$ столбик.

4 уже есть, значит нужно еще $21 - 4 = 17$ столбиков.

Задача 24. Правильный ответ: Д

Заметим, что в новой башне под каждым блоком с чётным номером n находится блок с номером $n-1$, а над каждым блоком с четным номером n находится блок с номером $n-3$. Ищем ответ, исходя из этого условия. Единственный подходящий вариант – Д.

Задача 25. Правильный ответ: Б

Наименьшая сумма получается, если карточки выложены вверх цифрами 1, 2 и 3. Эта сумма равна $1 + 2 + 3 = 6$. При повороте любой из карточек сумма увеличивается на 3, так как разница между двумя цифрами на каждой из карточек – 3. Повернуть можно одну, две или три карточки, при этом суммы также могут быть следующие: 9, 12 и 15. Всего четыре возможных варианта.

Задача 26. Правильный ответ: В

Вычислим стоимость указанных покупок, выразив их через стоимость кепок:

2 футболки = 3 кепки; 3 юбки = 8 футболок = 12 кепок, следовательно,

1 юбка = 4 кепки; 2 шляпы = 5 юбок = 20 кепок, следовательно, 1 шляпа = 10 кепок.

Теперь узнаем стоимость каждой покупки, выраженную через стоимость кепок:

А) $1 \cdot 10 + 5 \cdot 4 = 30$; Б) $1 \cdot 10 + 3 \cdot 4 + 1 = 23$; В) $8 \cdot 4 + 6 \cdot \frac{3}{2} = 41$, Г) 37, Д) $3 \cdot 4 + 3 = 15$.

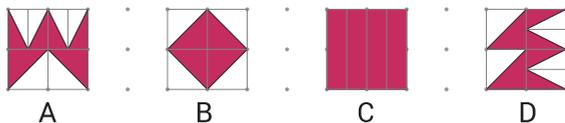
Сравнивая, видим, что дороже всего обойдётся покупка В.

Задача 27. Правильный ответ: В

Если у игрока останется 1 плитка, этот игрок проиграет. Если у игрока останется 2, 3, 4, 5 или 6 плиток, этот игрок может оставить 1 плитку противнику и выиграет. Если у игрока останется 7 плиток, то сколько бы плиток (от 1 до 5) он ни убрал, у его противника останется больше 1-й плитки (от 6 до 2), следовательно, когда следующим ходом противник оставит ему 1 плитку, этот игрок проиграет. Если у игрока осталось 8, 9 или 10 (как в условии) плиток, этот игрок может оставить 7 плиток противнику, и таким образом и выиграть. Поэтому Соня должна оставить Рите 7 плиток.

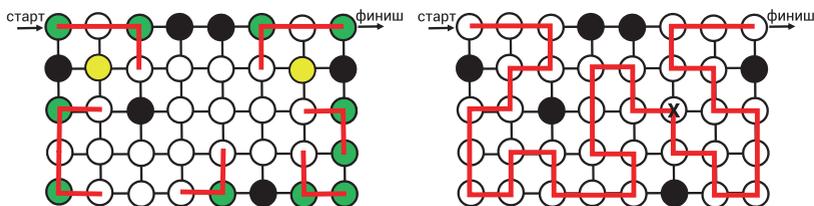
Задача 28. Правильный ответ: В

На рисунке видно, что площади фигур А, В и D составляют ровно половину квадрата 2×2 , а площадь фигуры С больше половины квадрата 2×2 . Отсюда ответ – В.



Задача 29. Правильный ответ: Б

Начнём рисовать путь по частям. Заметим, что некоторые круги соединены ровно с одним или ровно



с двумя другими (на рисунке отмечены зелёным). Путь должен пройти через эти круги, поэтому мы можем нарисовать соответствующую часть пути (красные линии на рисунке). Когда закончим, мы обнаружим несколько кругов (желтых на рисунке), которые теперь соединены ровно с двумя другими, потому что некоторые из их соседей уже есть на пути. На основе желтых кругов (на рисунке отмечены не все) можно добавить дополнительные части контура. Когда это будет сделано, будет достаточно большая часть пути, которую легко завершить, как показано на рисунке.

Задача 30. Правильный ответ: Д

Посчитаем сумму всех написанных чисел: $1 + 2 + \dots + 15 = 120$. Значит, пятая группа чисел имеет сумму: $120 - 25 - 27 - 30 - 31 = 7$. Три разных числа от 1 до 15 дают в сумме 7 только тогда, когда это 1, 2 и 4. Значит, число 4 содержится в пятой группе, чья сумма чисел равна 7.

Решения задач «Кенгуру-2023». 7-8 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: Б

Пробуем подставить каждый из кусочков в решётку и видим, что все вертикальные и горизонтальные линии совпадают только с кусочком Б.

Задача 2. Правильный ответ: А

Для каждого из предложенных ответов находим положение линии, при котором фигура поделится на две трапеции. Это возможно для всех фигур кроме треугольника (смотри рисунок).

Задача 3. Правильный ответ: А

Отверстия на круге расположены с разницей в 4 часа. Значит, два числа, которые можно увидеть одновременно с 8, должны быть одно на 4 часа меньше, другое на 4 часа больше. $8 - 4 = 4$, $8 + 4 = 12$. Эти числа 4 и 12.

Задача 4. Правильный ответ: Б

Обозначим числа, которые должны стоять в вершинах ромба как a, b, c, d . Заметим, что $(a + b) + (c + d) = (a + d) + (b + c)$. Если раскрыть скобки, в обоих случаях мы получим сумму $a + b + c + d$. Однако, согласно условию, число, написанное на ребре – это сумма двух чисел, написанных в вершинах, которые оно соединяет. Тогда получаем: $8 + 13 = ? + 9$. Отсюда получаем, что на месте знака вопроса должно стоять число 12.

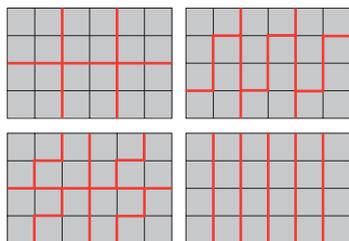
Задача 5. Правильный ответ: В

Нарисуем, как наложатся линии, если сложить пленку. Получим изображение В.



Задача 6. Правильный ответ: Г

Площадь пола $4 \cdot 6 = 24$. Это число не кратно 5, поэтому сразу можно исключить плитку (Г), поскольку она состоит из 5 клеток. Далее проверим, что все остальные плитки могут покрыть пол. Это действительно так. Значит, единственная плитка, которая не подходит мастеру, это плитка (Г).



Задача 7. Правильный ответ: Б

40% монет упали вверх орлом, и 60% монет упали вверх решкой. Чтобы количество монет стало равным, и тех, и других должно стать по 50%. Таким образом, перевернуть нужно $60 - 50 = 10\%$ монет. 10% от 150 – это 15.

Задача 8. Правильный ответ: Г

Для простоты описания назовем диски А, В, С, D и Е согласно уменьшению их размера (А – самый большой, Е – самый маленький). Тогда Люда может построить следующие башни из трёх дисков: 6 башен с основанием А: ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE; 3 башни с основанием В: BCD, BCE, BDE; и 1 башню с основанием С: CDE. Всего 10 разных вариантов.

Задача 9. Правильный ответ: Д

Общая сумма чисел $1 + 2 + \dots + 8 = 36$. Значит, сумма в каждом столбце $36 : 4 = 9$. Таким образом, очевидно, что над 3 нужно вписать 6, под 4 число 5, и над 8 число 1. Остаются 2 и 7. Сумма в каждой строке должна быть $36 : 2 = 18$, тогда очевидно, что в первую строку нужно вписать $18 - 6 - 4 - 1 = 7$ и во вторую $18 - 3 - 5 - 8 = 2$. Таким образом, в закрашенной ячейке окажется цифра 7.

6	4	1	7
3	5	8	2

Задача 10. Правильный ответ: В

Найдём наибольшее трёхзначное число, кратное 4. Самое большое трёхзначное число – 999, оно не кратно 4. Берем следующее: 998, оно также не подходит. Не подходит и следующее – 997. А вот 996 подходит. Оно и есть самое большое трёхзначное число, кратное 4. Теперь найдем наименьшее четырехзначное число, кратное 3. Самое маленькое четырехзначное число – 1000, оно не кратно 3. Аналогичным образом увеличиваем число на 1, пока не обнаружим искомое – это будет число 1002. Посчитаем сумму: $996 + 1002 = 1998$.

ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 11. Правильный ответ: Д

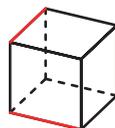
Меняя первую цифру, заключаем, что $\blacklozenge = 9$, $\blacktriangle = 0$, $\blacksquare = 1$. Тогда первое число – это 199, а $\heartsuit = 2$. Значит, следующее число, которое нужно записать – это 202, то есть $\heartsuit\blacktriangle\heartsuit$.

Задача 12. Правильный ответ: В

Обозначим через r радиус этих полуокругов. Тогда получим: $6r + 12 + 12 = 4r + 22 + 16 + 22$. Отсюда находим $r = 18$.

Задача 13. Правильный ответ: Б

Одного или двух рёбер, окрашенных в красный цвет, недостаточно, чтобы условие выполнялось. Проверим вариант с тремя окрашенными рёбрами. Возможность расположить их так, чтобы каждая грань имела хотя бы одно окрашенное ребро, существует.



Задача 14. Правильный ответ: В

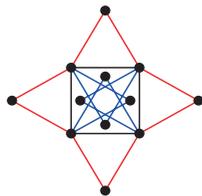
Прежде всего посчитаем какое количество спичек необходимо для написания каждой из цифр. Запишем их в виде пар (x, y) , где x – сама цифра, а y – количество спичек, необходимое для ее записи. Тогда мы имеем пары $(0, 6)$, $(1, 2)$, $(2, 5)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$, $(7, 3)$, $(8, 7)$, $(9, 6)$. Видим, что ни одна цифра не записывается одной спичкой. Также учтём, что $6 = 2 + 4 = 4 + 2 = 3 + 3 = 2 + 2 + 2$. 2 спички нужны для цифры 1, 3 спички для цифры 7, и 4 спички для цифры 4. Это даёт нам шесть возможных чисел: 6, 9, 14, 41, 77, 111.

Задача 15. Правильный ответ: Г

Сначала заметим, что $\angle BCA = \angle CAB = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$. В треугольнике FAC: $\angle AFC = 180^\circ - \angle FCA - (70^\circ - \angle FCA) = 110^\circ$. Тогда искомый $\angle CFE = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

Задача 16. Правильный ответ: Д

4 точки, лежащие вне квадрата (каждая из них равноудалена от двух соседних вершин квадрата), 4 точки, лежащие внутри квадрата (каждая из них также равноудалена от двух соседних вершин квадрата), и 4 вершины квадрата (каждая из них равноудалена от двух противоположащих вершин). Всего 12 точек.

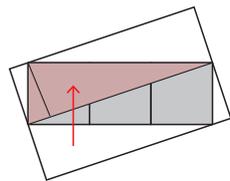


Задача 17. Правильный ответ: Г

Заметим, что суммарное количество попаданий в каждое кольцо Серёжи и Паши в два раза больше числа попаданий в то же кольцо Димы. Сумма очков Серёжи и Паши равна $46 + 34 = 80$, тогда Дима набрал $80 : 2 = 40$ очков.

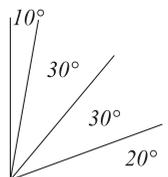
Задача 18. Правильный ответ: Г

Каждый из белых треугольников можно сдвинуть до противоположной стороны серого прямоугольника. Тогда мы увидим, что площадь четырёх белых треугольников равна площади серого прямоугольника. Следовательно, площадь искомого прямоугольника равна удвоенной площади серого прямоугольника. Серый прямоугольник состоит из трёх равных квадратов. Тогда его площадь: $25 \cdot 3 = 75$ кв.см. И тогда площадь белого прямоугольника равна $2 \cdot 75 = 150$ кв.см.



Задача 19. Правильный ответ: Б

Попробуем определить минимально достаточное количество таких лучей. Очевидно, что одного или двух лучей недостаточно. Проверим три луча. Если расположить их таким образом, как изображено на рисунке, то условие будет выполнено.



Задача 20. Правильный ответ: А

Используя только положительные последовательные целые числа (от 1 до 2023), мы получим сумму, которая слишком велика и не равна 2023. Поэтому последовательность должна начинаться с отрицательных чисел, тогда многие из них при сложении с такими же, но положительными, дадут 0. Попробуем найти такую последовательность. Если мы возьмем ее симметричной, относительно нуля (т.е. от -1011 до 1011), то их сумма получится 0. Сдвигаем на единицу и получаем последовательность от -1010 до 1012. При суммировании числа от -1010 до 1010 дадут в сумме ноль, а оставшиеся 1011 и 1012 дадут в сумме 2023. Значит, эта последовательность и есть искомая. Самое большое чисел последовательности – 1012. Сумма его цифр: $1 + 0 + 1 + 2 = 4$.

ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 21. Правильный ответ: Б

По обе стороны ровно от трёх кенгуру К, стоящих рядом друг с другом, должны быть бобры Б, поэтому последовательность БКККБ уже задана. Поскольку нет двух бобров, стоящих рядом друг с другом, то рядом с каждым из этих бобров будет стоять по кенгуру. Тогда мы уже получаем последовательность КБКККБК. Единственный оставшийся бобр должен замкнуть круг. Следовательно, 5 кенгуру – это максимум.

Задача 22. Правильный ответ: В

Пусть сторона треугольника – x см. Тогда суммарное время, за которое муравей обошел весь треугольник: $x : 5 + x : 15 + x : 20 = 19x : 60$ мин. Весь путь составил $3x$ см. Тогда средняя скорость будет равна $3x : (19x : 60) = 180/19$ см/мин.

Задача 23. Правильный ответ: В

Для простоты изобразим сыгранные в понедельник матчи графически. Чихун провел 6 игр, значит, он сыграл со всеми остальными гномами. При этом Умник сыграл только 1 матч, и видим, что это был матч с Чихуном. Скромник провел 5 игр. Одна из них уже изображена (с Чихуном), а играть с Умником он не мог, значит оставшиеся 4 игры – это матчи с Ворчуном, Весельчаком, Соней и Простачком.



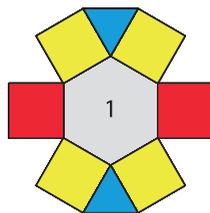
Замечаем, что на рисунке теперь уже есть две игры, которые провел Ворчун. Соня провёл 4 игры. Две уже нарисованы (с Чихуном и Скромником), а играть с Умником и Ворчуном он не мог, значит оставшиеся 4 игры – это матчи с Весельчаком и Простачком. Теперь замечаем, что нарисованы все известные матчи, указанные в условии. Отсюда видим, что Простачок сыграл 3 игры.

Задача 24. Правильный ответ: Г

Пусть перед Максимом стоит n человек. Тогда и за ним стоит также n человек, а Максим находится на позиции $n + 1$. С другой стороны, $n + 1 < 19$ и $2n + 1 > 28$, то есть n может быть только 14, 15, 16 или 17. Так как $2n + 1$ должно быть кратно 3, то подходит только $n = 16$. Значит, Максим находится на 17-м месте.

Задача 25. Правильный ответ: В

Обратим внимание, что числа 8 и 9 должны иметь не более одной соседней ячейки, и в ней должно стоять число 1. Таким образом, числа 8 и 9 могут находиться только в двух квадратах по бокам (на рисунке выделены красным) – это даёт нам два варианта (8 слева, 9 справа и наоборот). Кроме того, число 1 может находиться только в центральной области. Число 7 не может стоять в областях, выделенных синим, т.к. оно может стоять только рядом с ячейками, в которых стоят числа 1 и 2 (т.е. может соприкасаться только с двумя ячейками, и не более). Таким образом, 7 может находиться в одной из четырёх жёлтых ячеек, а соприкасающаяся с ней синяя ячейка автоматически получает число 2. Поскольку число 6 не может быть соседним с числом 3, оно окажется рядом с треугольником, где написано число 2. Аналогичным образом у нас будет два способа размещения чисел 4 и 5 (в двух оставшихся жёлтых ячейках), и только число 3 может стоять между ними в синем поле. Следовательно, существует $2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$ способов расставить числа от 1 до 9 согласно заданному условию.



Задача 26. Правильный ответ: Б

Пусть число мышей, перешедших из В в А, равно a , а перешедших из А в В, равно b . Тогда нам нужно найти $a + b$. Число мышей, попавших в третий дом из домов А и В, будет равно $7 - b$ и $8 - a$ соответственно. Мы знаем, что в дом С пришли 4 мыши, поэтому $(8 - a) + (7 - b) = 4$. И тогда $a + b = 8 + 7 - 4 = 11$.

Задача 27. Правильный ответ: Д

Очевидно, что самое маленькое из возможных для использования чисел, это число 777. Использовать его трижды мы не можем, т.к. тогда сумма получится больше, чем 2023. Используем его дважды. $777 \cdot 2 = 1554$. $2023 - 1554 = 469$. Разделим 469 на 77 и получим 6 целых и 7 в остатке. Т.е. число 2023 можно записать как $777 \cdot 2 + 77 \cdot 6 + 7$. Для проверки посчитаем, сколько раз в их записи используется цифра 7. Получим 19 – условие выполняется. Число 77 было использовано 6 раз. Можно проверить возможность использовать число 777 один раз. Тогда $2023 - 777 = 1246$. Разделим 1246 на 77 и получим 16 целых и 17 в остатке. Тогда число 2023 можно записать как $777 + 77 \cdot 16 + 7 \cdot 2$. Однако в этом случае цифра 7 используется в записи чисел больше, чем 19 раз, значит, этот вариант не подходит.

Задача 28. Правильный ответ: А

Пусть A – площадь большого шестиугольника, a – площадь маленького шестиугольника. Тогда площадь закрашенной части (назовем её B) будет $B = (A - a) : 2$. По условию $B : a = \frac{4}{3}$. Тогда получаем: $B/a = (A - a) : 2a = \frac{4}{3}$. Решая это уравнение, получим, что $a : A = \frac{3}{11}$.

Задача 29. Правильный ответ: А

Так как шесть чисел идут подряд, и в первый раз выпали 6, 7 и 8, то есть только четыре возможных варианта набора из шести чисел: «3 ... 8», «4 ... 9», «5 ... 10» и «6 ... 11». Сумма 23 не может быть получена при сложении трёх чисел из «3 ... 8», а сумма 17 не может быть получена при сложении трёх чисел из «5 ... 10» и «6 ... 11». Значит, это должны быть числа «4 ... 9», а сумма чисел на трёх непокрашенных кусочках бумаги должна быть $4 + 5 + 9 = 18$.

Задача 30. Правильный ответ: Г

Пусть n – количество взрослых, тогда $2n$ – количество детей, а $3n$ – общее количество людей. Суммарный возраст взрослых $A = 156$, суммарный возраст детей – B . Тогда $(A + B) : 3n = 5 \cdot (B : 2n)$. Получаем, что $2A + 2B = 15B$. Если $A = 156$, то $B = 24$. Таким образом, суммарный возраст всех детей равен 24. Перебираем различные варианты n . Вариант $n = 1$ – маловероятен, при нём возраст взрослого 156 лет. Далее рассматриваем $n = 2, 3$ и т.д. Дойдя до $n = 7$ и $2n = 14$ видим, что в этом случае и далее нарушается условие о том, что все возрасты должны быть целыми числами больше 1. Значит, максимально возможный вариант $n = 6, 3n = 18$.

Решения задач «Кенгуру-2023». 9-11 класс

ЗАДАЧИ НА 3 БАЛЛА

Задача 1. Правильный ответ: Г

Маша сначала бежала, затем ехала на автобусе с остановкой (скорость автобуса очевидно выше, чем скорость бегущей девочки), а затем шла пешком (это самая маленькая скорость из трёх). Такому порядку соответствует только график Г.

Задача 2. Правильный ответ: Г

m и n – оба нечётные, тогда $(m + 1)$ и $(n + 1)$ оба будут чётными. В этом случае числа А, Б, В и Д также будут чётными по правилам умножения. И только число Г останется нечётным, т.к. произведение двух нечётных чисел даёт нечётное число, и увеличивая его на 2, мы по-прежнему имеем нечётное число.

Задача 3. Правильный ответ: Г

Большой квадрат имеет сторону 10 см, а маленький – 4 см, тогда каждая из закрашенных трапеций имеет высоту $(10 - 4) : 2 = 3$ см. Тогда площадь одной такой трапеции: $(10 + 4) : 2 \cdot 3 = 21$. Тогда площадь закрашенной области – это $21 \cdot 2 = 42$. Площадь большого квадрата равна $10 \cdot 10 = 100$. Отсюда получаем, что площадь закрашенной области – это 42% площади большого квадрата.

Задача 4. Правильный ответ: В

2023 делится на 7 без остатка, тогда искомый день также окажется четвергом.

Задача 5. Правильный ответ: Г

Посчитаем, сколько длин сторон маленьких квадратов входит в периметр каждой фигуры. Для прямоугольника это 12 горизонтальных и 10 вертикальных длин. Для закрашенной фигуры – 16 горизонтальных и 14 вертикальных длин. Таким образом, периметр заштрихованной области больше периметра прямоугольника на 4 вертикальные и 4 горизонтальные стороны маленьких квадратов. Посчитаем, сколько раз сторона маленького квадрата входит в периметр закрашенной фигуры: $2 \cdot (5 + 6) + 4 + 4 = 30$. Следовательно, длина стороны маленького квадрата равна $240 : 30 = 8$ см, и тогда площадь прямоугольника равна $30 \cdot 8 \cdot 8 = 1920$ кв.см.

Задача 6. Правильный ответ: Г

Семь лет назад младший ребенок еще не родился и поэтому не вносил вклад в сумму их возрастов. Сумма возрастов четырёх старших членов семьи равна $80 - 6 = 74$. Семь лет назад сумма их возрастов была $74 - 4 \cdot 7 = 46$.

Задача 7. Правильный ответ: Б

Первая секция забора состоит из 6 досок (2 вертикальные и 4 горизонтальные), каждая следующая секция состоит из 5 досок (еще 1 вертикальная и 4 горизонтальные). Таким образом, число досок в заборе должно быть числом вида $5x + 1$ ($x \geq 1$). Под данное условие подходит только число 96.

Задача 8. Правильный ответ: Д

Перепишем выражение в виде $a \cdot b = 5 \cdot 7$. Знаем, что $5 \cdot 7 = 35$. Т.к. a и b – целые положительные числа, то решением будут следующие пары чисел $(a; b)$: $(1; 35)$, $(35; 1)$, $(5; 7)$ и $(7; 5)$. Итого 4 разных варианта.

Задача 9. Правильный ответ: Г

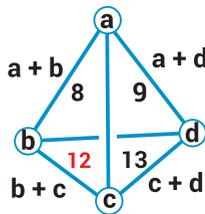
49% побед из 200 игр означает, что Вася победил в 98 играх и не выиграл в 102. Для того чтобы у него стало равное количество побед и не побед, ему нужно выиграть $102 - 98 = 4$ игры, не проиграв ни в одной из них. Тогда у него будет 102 победы, что является 50% от 204 игр.

Задача 10. Правильный ответ: Б

Для наглядности обозначим числа, стоящие в вершинах, буквами a , b , c и d (смотри рисунок).

Заметим, что сумму чисел, стоящих в вершинах, можно записать как $(a + b) + (c + d)$, или как $(a + d) + (b + c)$. Таким образом, получаем, что $(a + b) + (c + d) = (a + d) + (b + c)$.

Отсюда находим, какое число должно стоять на месте знака вопроса:
 $(b + c) = (a + b) + (c + d) - (a + d) = 8 + 13 - 9 = 12$.



ЗАДАЧИ НА 4 БАЛЛА

Задача 11. Правильный ответ: Д

Сейчас Женя использует $\frac{3}{4}$ времени и $\frac{3}{4}$ напора. И то и другое время она сократила на четверть. $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$. Значит, она сократила использование воды на $1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$.

Задача 12. Правильный ответ: Б

Заметим, что закрашенная фигура – это трапеция. Обозначим её вертикальные стороны как a и b . Затем используем правило подобных треугольников и получим, что $a : 3 = b : (3 + 5) = 8 : (3 + 5 + 8)$. Отсюда находим, что $a = \frac{3}{2}$, $b = 4$. Найдём площадь закрашенной трапеции: $(\frac{3}{2} + 4) : 2 \cdot 5 = \frac{55}{4}$ кв.см.

Задача 13. Правильный ответ: В

Пусть длина самого короткого куска провода – x . Тогда длины двух других кусков – $\frac{3}{2}x$ и $\frac{9}{4}x$. Посчитаем общую длину: $x + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}x = \frac{19}{4}x$, и по условию эта длина равна 95 м. Отсюда находим, что $x = 20$. Тогда длина самого большого куска $\frac{9}{4} \cdot 20 = 45$ м.

Задача 14. Правильный ответ: В

Поскольку высота и основание каждого закрашенного треугольника вдвое меньше соответствующих размеров больших треугольников (т.к. M и N – середины сторон прямоугольника), то каждый из пяти заштрихованных маленьких треугольников имеет площадь $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ площади соответствующего большого треугольника. То же будет верно и для суммы закрашенных площадей. Таким образом, сумма закрашенных площадей – это $\frac{1}{4}$ площади прямоугольника.

Задача 15. Правильный ответ: Д

$320 \cdot 0,9 = 288$ г – столько золота содержит первый сплав.

$160 \cdot 0,54 = 86,4$ г – столько золота содержит второй сплав.

$320 + 160 = 480$ г – вес третьего сплава.

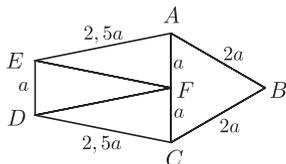
$288 + 86,4 = 374,4$ г – столько золота содержит третий сплав.

$374,4 : 480 \cdot 100\% = 78\%$ - столько процентов золота содержит третий сплав.

Задача 16. Правильный ответ: Г

Треугольники имеют равный периметр, тогда очевидно, что F – середина AC. Обозначим сторону равностороннего треугольника ABC как $2a$. Тогда его периметр будет равен $6a$.

Отсюда находим все стороны остальных равнобедренных треугольников: их основания будут равны a , а боковые стороны – $2,5a$. Теперь можно посчитать периметр пятиугольника: $a + 2,5a + 2,5a + 2a + 2a = 10a$. Тогда отношение периметра пятиугольника к периметру треугольника ABC: $10a : 6a = \frac{5}{3}$.



Задача 17. Правильный ответ: Д

Заметим, что в новой башне под каждым блоком с номером n , кратным 3, будут последовательно блоки с номерами $n - 1$ и $n - 2$. Число 39 делится на 3, поэтому под ним будут блоки с номерами 38 и 37. Под блоком с номером 37 будет следующий после 39-го номер, кратный 3, т.е. 42, а под ним - блоки с номерами 41 и 40. Отсюда следует, что между блоками с номерами 39 и 40 будет 4 других блока (с номерами 38, 37, 42 и 41).

Задача 18. Правильный ответ: Г

Независимо от того, начинает ли Витя с правой или с левой ноги, цикл шагов по чёрным ступенькам будет повторяться каждые 6 шагов. За эти 6 шагов он наступит на чёрную ступеньку один раз правой ногой и один раз левой ногой. $2023 = 337 \cdot 6 + 1$. Однако, поскольку первая ступенька в каждом цикле из 6 шагов белая, то он наступит на чёрную ступеньку любой ногой (в том числе правой, как спрашивается в задании) ровно 337 раз.

Задача 19. Правильный ответ: Г

Цифрами бесстепенного числа могут только 2, 3, 5, 6 и 7 (помним, что 0 и 1 могут быть записаны как любая степень самих себя). Отсюда наименьшее двузначное такое число – 22, а наибольшее – 77. Соответственно, их общий делитель – это 11.

Задача 20. Правильный ответ: Б

Заметим, что сумма площадей двух меньших серых кругов равна площади большого белого круга, поскольку $3^2\pi + 4^2\pi = 5^2\pi$. Таким образом, закрашенная область становится простым многоугольником, площадь которого равна $\frac{5}{9} \cdot 30^2 = 500$ кв.см.

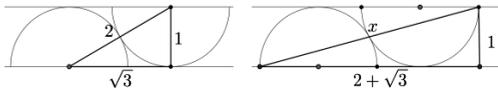
ЗАДАЧИ НА 5 БАЛЛОВ

Задача 21. Правильный ответ: Б

Для нахождения ответа дважды воспользуемся теоремой Пифагора.

Найдем, чему равно расстояние от центра

первого полуокруга до точки касания вторым полуокругом прямой АВ. Один катет получившегося треугольника – это радиус, равный 1. Гипотенуза – это сумма двух радиусов, т.е. $1 + 1 = 2$. Отсюда находим интересующее нас расстояние $\sqrt{(2^2 - 1^2)} = \sqrt{3}$. Далее рассмотрим треугольник с AD в качестве гипотенузы. Один его катет также равен 1, а другой будет $1 + \sqrt{3} + 1 = 2 + \sqrt{3}$. Тогда $x^2 = 1^2 + (2 + \sqrt{3})^2 = 1 + 4 + 4\sqrt{3} + 3 = 8 + 4\sqrt{3}$.



Задача 22. Правильный ответ: В

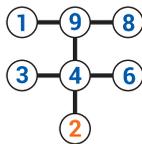
Воспроизведем последовательность чисел, которую выдаст машина: 2, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, ... Видим, что начиная со второй позиции последовательность «0, 2, 3, 1, 4» повторяется и имеет период 5. $2023 : 5 = 404 \cdot 5 + 3$. Т.е. число, которое будет находиться на 2023-й позиции, совпадает с числом на 3-й позиции – а это 2.

Задача 23. Правильный ответ: А

Известно, что любая линия, проходящая через центр круга, делит площадь круга пополам. И любая линия, проходящая через центр прямоугольника, делит площадь прямоугольника пополам. Поскольку круг полностью лежит внутри прямоугольника (это следует из величины его радиуса), а линия, проходящая через центр круга, делит пополам оставшуюся площадь, то она должна проходить также через центр прямоугольника. Исходя из координат вершин прямоугольника, координаты его центра будут (50, 25). Таким образом, искомая линия будет проходить через точки (50, 25) и (75, 30). Тогда коэффициент ее наклона $(30 - 25) : (75 - 50) = 1/5$.

Задача 24. Правильный ответ: А

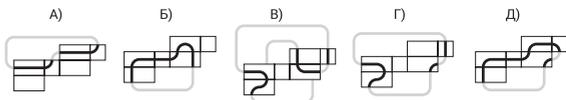
Заметим, что в изображенных кругах одно число максимально может входить только в два из трех ряда. Т.к. все произведения трех чисел, лежащих на одной прямой, должны быть одинаковы (назовем его А), мы не сможем использовать числа 5 и 7 (если их использовать, то в третьем наборе не может быть того же произведения). Останутся числа 1, 2, 3, 4, 6, 8 и 9 – их семь штук, по одному в каждый круг. Произведение всех этих семи цифр равно $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 = 2^7 \cdot 3^4$. И оно же равно A^3 . Таким образом, числом на месте знака вопроса может быть только 2 или $2^3 = 8$. Допустим, это 8. Тогда произведение на каждой из двух горизонтальных линий будет $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 9} = 36$. Но т.к. это же произведение должно быть и на вертикальной линии, включающей 8, а 36 не кратно 8, то этот вариант не подходит. Тогда в круге со знаком вопроса должно стоять 2. Произведение на каждой из двух горизонтальных линий $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 9} = 72$. Это возможно при расстановке чисел, как на рисунке.



Задача 25. Правильный ответ: В

Если свернуть развертку обратно, должен получиться замкнутый путь.

Проверим каждую из разверток. Видим, что в варианте В такого пути нет.



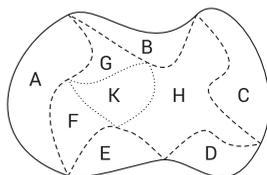
Задача 26. Правильный ответ: Г

Пусть трехзначное число будет abc . Тогда разница между числом и суммой его цифр составляет $100a + 10b + c - a - b - c = 99a + 9b$. Она делится на 9. Следовательно, результатом вычитания могут быть только 333 или 666 (очевидно, что 999 – невозможно, т.к. оно само по себе является самым большим трёхзначным числом).

Для 333 сумма цифр $a+b+c$ не может быть меньше 6 (т.к. $a = 3$ и $b = 3$ – минимально возможные значения в разряде сотен и десятков для исходного числа abc). $333 + 6 = 339$, но $339 - 3 - 3 - 9 = 324$. Проверим следующее значение 7: $333 + 4 = 340$, $340 - 3 - 4 = 333$. Заметим, что это будет актуально для $a + b + c = 7 \dots a + b + c = 16$. Для суммы, равной 17 условие перестает выполняться: $333 + 17 = 350$, $350 - 3 - 5 = 342$. Таким образом, мы имеем десять трехзначных чисел, удовлетворяющих условию: 340 ... 349. Аналогичным образом найдем, что для числа 666 условие выполняется для десяти чисел: 680 ... 689. Т.е. всего мы имеем $10 + 10 = 20$ таких чисел.

Задача 27. Правильный ответ: Б

Сумма периметров А, В, С, D и Е – это длина внешней линии (т.е. искомого периметра парка) плюс длина, обозначенная пунктирной линией. Сумма периметров F, G и H – это длина пунктирной линии плюс длина линии, обозначенной точками (а это в свою очередь является периметром К).



Поэтому, чтобы найти периметр парка, мы должны произвести следующие расчёты: $(A + B + C + D + E) - (F + G + H - K) = 12 + 11 + 9 + 4 + 6 - 7 - 3 - 10 + 4 = 26$ км.

Задача 28. Правильный ответ: А

Чтобы получить сумму, кратную 3, между каждыми тремя рядом стоящими числами, необходимо использовать шаблон ABCABCABC, в котором все три числа А, три числа В и три числа С сравнимы по модулю 3 соответственно. Это наборы «1, 4, 7», «2, 5, 8» и «3, 6, 9». Есть $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способов «распределить» цифры 1, 2 и 3 на буквы А, В, С. После этого есть $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способов расставить числа 1, 4 и 7; $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способов расставить числа 2, 5 и 8; $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способов расставить числа 3, 6 и 9 на места, соответствующие букве набора. Таким образом, всего имеется $6 \cdot 6 \cdot 6 = 64$ возможных распределения, удовлетворяющих условию.

Задача 29. Правильный ответ: Б

Запишем число n как $ab(10a + b)$. И a и b при этом – целые числа из одного разряда. Т.к. для числа m используются те же цифры, значит, оно запишется как $ba(10b + a)$. Известно, что $m = (n + 1) + (n + 2) + (n + 3)$. Получим: $29a - 7b + 6 = 0$, откуда следует, что $a = 1$ и $b = 5$ являются единственными подходящими целочисленными одноразрядными решениями. Следовательно, $n = 15$. Его делители: 1, 3, 5, 15 – четыре различных делителя.

Задача 30. Правильный ответ: А

Убедимся, что достаточно проверить только одну ручку. Её нужно взять из коробки с надписью «5 красных, 5 зеленых». Если выбранная ручка пишет красным цветом, это будет означать, что в данной коробке 10 красных ручек. Тогда коробка с 10 зелёными ручками должна быть с надписью «10 красных», а коробка, которая содержит 5 красных и 5 зелёных ручек будет с надписью «10 зеленых». Аргументы работают аналогичным образом, если выбранная ручка пишет зелёным цветом.